



UNIVERSIDADE DA CORUÑA *Universidade de Vigo*

MÁSTER EN TÉCNICAS ESTADÍSTICAS

DATOS IDENTIFICATIVOS DE LA MATERIA

Nombre de la materia: Procesos Estocásticos

Número de créditos ECTS: 5

Curso académico: 2023/2024

Profesorado:

Jacobo de Uña Álvarez (2 ECTS, coordinador)

César A. Sánchez Sello (3 ECTS)

OBJETIVOS DE LA MATERIA

El objetivo del curso es que el alumnado adquiera unos conocimientos generales de los Procesos Estocásticos, a través del estudio de procesos tipo, sus aplicaciones en la modelización de fenómenos aleatorios y como herramienta de probabilidad para la Estadística.

CONTENIDOS DE LA MATERIA

TEMA 1. INTRODUCCIÓN A LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS

- 1.1 Definición y conceptos básicos.
- 1.2 Tipos básicos de procesos.
- 1.3 Dos ejemplos importantes: el proceso de Poisson y el movimiento Browniano.

TEMA 2. CADENAS DE MARKOV EN TIEMPO DISCRETO

- 2.1 Definiciones y propiedades básicas.
- 2.2 Probabilidades de transición. Ecuaciones de Chapman-Kolmogorov.
- 2.3 Clasificación de estados.
- 2.4 Existencia de la distribución estacionaria y teoremas de convergencia.
- 2.5 Condición de equilibrio detallado.

TEMA 3. CADENAS DE MARKOV EN TIEMPO CONTINUO

- 3.1 Definición y propiedades básicas. Ejemplos: procesos de Poisson, procesos de nacimiento y muerte, modelos multiestado.
- 3.2 Tasas instantáneas de salto y ecuaciones de Kolmogorov.
- 3.3 Comportamiento asintótico. Condición de equilibrio detallado.

TEMA 4. MARTINGALAS

- 4.1 Elementos de Probabilidad y Esperanza condicionada.
- 4.2 Definición de martingala.
- 4.3 Propiedades básicas.
- 4.4 Teorema del tiempo de parada opcional.
- 4.5 Convergencia de martingalas.
- 4.6 Martingalas en tiempo continuo.

TEMA 5. MOVIMIENTO BROWNIANO

- 5.1 Movimiento Browniano: motivación y definición.
- 5.2 Propiedades básicas.
- 5.3 Simulación del movimiento browniano.
- 5.4 Propiedades del movimiento Browniano como martingala.
- 5.5 Propiedades markovianas del movimiento browniano. El principio de reflexión.

TEMA 6. CONVERGENCIA DE PROCESOS ESTOCÁSTICOS

- 6.1 Recordatorio de la convergencia en distribución de variables aleatorias.
- 6.2 Convergencia en distribución en espacios métricos.
- 6.3 Ejemplos notables: el espacio euclideo y el espacio $C[0,1]$.
- 6.4 Compacidad relativa y tightness. El Teorema de Prohorov.
- 6.5 El espacio de Skorohod, $D[0,1]$.
- 6.6 El teorema de Donsker.
- 6.7 Convergencia de procesos empíricos.

TEMA 7. INTEGRACIÓN ESTOCÁSTICA

- 7.1 Definición de la integral de Itô.
- 7.2 Propiedades básicas.
- 7.3 Fórmula de Itô y aplicaciones.

TEMA 8. ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS

- 8.1 Modelo general y ejemplos notables de ecuaciones diferenciales estocásticas.
- 8.2 Simulación de ecuaciones diferenciales estocásticas.
- 8.2 Estimación de ecuaciones diferenciales estocásticas.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y COMPLEMENTARIA

Bibliografía básica

BILLINGSLEY, P. (1999). *Convergence of Probability Measures* (second edition). Wiley.
DURRETT, R. (2012). *Essentials of Stochastic Processes* (second edition). Springer.
IACUS, S.M. (2008). *Simulation and inference for stochastic differential equations*. Springer.

Bibliografía complementaria

BASS, R.F. (2011). *Stochastic Processes*. Cambridge University Press.
BATH, U. N. (2002). *Elements of Applied Stochastic Processes* (third edition). John Wiley & Sons.
BATTACHARYA, R.N. y WAYMIRE, E.C. (2009). *Stochastic Processes with Applications* (revised edition). Siam.
GRINSTEAD, C.M. y SNELL, J.L. (1997). *Introduction to Probability*. American Mathematical Society.
KARLIN, S. y TAYLOR, H.M. (1975). *A First Course in Stochastic Processes*. Academic Press.
KARLIN, S. y TAYLOR, H.M. (1981). *A Second Course in Stochastic Processes*. Academic Press.
KULKARNI, V.G. (2010). *Modeling and Analysis of Stochastic Systems* (second edition). Chapman & Hall.
MIKOSCH, T. (1998). *Elementary Stochastic Calculus, with Finance in View*. World Scientific Publishing.
MÖRTERS, P. y PERES, Y. (2010). *Brownian Motion*. Wiley.
ROSS, S.M. (1996). *Stochastic Processes* (2nd Edition). John Wiley & Sons.
STEELE, J.M. (2001). *Stochastic Calculus and Financial Applications*. Springer.
WILLIAMS, D. (1991). *Probability with Martingales*. Cambridge University Press.

COMPETENCIAS

En esta materia se trabajarán las competencias básicas, generales y transversales recogidas en la memoria del título. Se indican a continuación cuáles son las competencias específicas que se potenciarán en esta materia:

[CE1] Conocer, identificar, modelar, estudiar y resolver problemas complejos de estadística e investigación operativa, en un contexto científico, tecnológico o profesional, surgidos en aplicaciones reales.

[CE3] Adquirir conocimientos avanzados de los fundamentos teóricos subyacentes a las distintas metodologías de la estadística y la investigación operativa, que permitan su desarrollo profesional especializado.

[CE4] Adquirir las destrezas necesarias en el manejo teórico-práctico de la teoría de la probabilidad y las variables aleatorias que permitan su desarrollo profesional en el ámbito científico/académico, tecnológico o profesional especializado y multidisciplinar.

[CE5] Profundizar en los conocimientos en los fundamentos teórico-prácticos especializados del modelado y estudio de distintos tipos de relaciones de dependencia entre variables estadísticas.

[CE6] Adquirir conocimientos teórico-prácticos avanzados de distintas técnicas matemáticas, orientadas específicamente a la ayuda en la toma de decisiones, y desarrollar la capacidad de reflexión para evaluar y decidir entre distintas perspectivas en contextos complejos.

[CE8] Adquirir conocimientos teórico-prácticos avanzados de las técnicas destinadas a la realización de inferencias y contrastes relativos a variables y parámetros de un modelo estadístico, y saber aplicarlos con autonomía suficiente un contexto científico, tecnológico o profesional.

[CE10] Adquirir conocimientos avanzados sobre metodologías para la obtención y el tratamiento de datos desde distintas fuentes, como encuestas, internet, o entornos "en la nube".

METODOLOGÍA DOCENTE

La actividad presencial del alumnado será de 35 horas entre docencia expositiva e interactiva. En la parte expositiva, el profesorado hará uso de presentaciones multimedia, mientras que en la parte interactiva el alumnado resolverá distintas cuestiones planteadas sobre los contenidos de la materia. También se resolverán algunos problemas tipo, de manera que el alumnado pueda trabajar sobre los boletines de ejercicios que se le facilitarán. En clase se desarrollará algún ejemplo de simulación utilizando el paquete R.

Respecto al material para el seguimiento de la materia, a mayores de la bibliografía recomendada, el alumnado dispondrá de material docente elaborado para la materia disponible a través de la plataforma web del máster.

CRITERIOS Y MÉTODOS DE EVALUACIÓN

De acuerdo con la organización de las sesiones expositivas e interactivas en función de los temas (véase apartado de metodología docente), la evaluación del aprendizaje se realizará como se detalla a continuación:

- Evaluación continua (ejercicios, cuestiones, pequeños proyectos): 40%
- Examen escrito: 60%

En la segunda oportunidad de evaluación (recuperación), se efectuará un examen y la nota final será el máximo de tres cantidades: la nota de la evaluación ordinaria, la nota del nuevo examen, y la media ponderada del nuevo examen y la evaluación continua.

Presentación a la evaluación: se considera que el alumno concurre a una convocatoria cuando participa en actividades que le permitan obtener, al menos, un 50% de la evaluación final.

Las competencias básicas y transversales se evalúan tanto en los procesos de evaluación continua como en el examen. Las competencias generales CG1, CG2, CG4 y CG5, las básicas CB6, CB7 y CB9 y las transversales CT1 y CT3 se evalúan en el examen y en la evaluación continua, mientras que la competencia general CG3, las básicas CB8 y CB10 y las transversales CT4 y CT5 se evalúan en la evaluación continua. De las competencias específicas, tanto la evaluación continua como el examen atienden a las competencias CE1, CE3, CE4, CE5, CE6, CE8, mientras que la evaluación continua atiende a la competencia CE10.

TIEMPO DE ESTUDIO Y DE TRABAJO PERSONAL QUE DEBE DEDICAR UN ESTUDIANTE PARA SUPERAR LA MATERIA

El tiempo de trabajo necesario para superar esta materia, depende obviamente de la destreza y habilidades del alumno, así como de sus conocimientos de probabilidad. En general, sobre 1.5 horas por cada sesión expositiva (para revisión de conceptos y consulta bibliográfica) y una hora por cada hora de docencia interactiva, debería resultar suficiente. Para los ejercicios que se propondrán, se consideran 10 horas de trabajo personal. Para el examen final (completar la evaluación), se contabilizan 3 horas.

RECOMENDACIONES PARA EL ESTUDIO DE LA MATERIA

La asistencia a las sesiones expositivas e interactivas es fundamental para el seguimiento y superación de la materia. El alumnado deberá realizar todas las actividades recomendadas por el profesorado (resolución de problemas, revisión de bibliografía y ejercicios prácticos) para superar con éxito la materia.

Se informa de que los contenidos de esta materia incluyen demostraciones de probabilidad con alto contenido matemático. Se recomienda por lo tanto acudir a la asignatura con un alto nivel de destreza e interés por los resultados matemáticos relacionados con la Probabilidad.

RECURSOS PARA EL APRENDIZAJE

Bibliografía, apuntes y ordenador.

OBSERVACIONES

El desarrollo de los contenidos de la materia se realizará teniendo en cuenta que las competencias a adquirir por el alumnado deben cumplir con el nivel MECES3. Los

contenidos que se incluyen en esta materia son técnicamente avanzados y se analizarán con un enfoque eminentemente teórico, si bien se presentarán algunas aplicaciones de carácter práctico.

Para los casos de realización fraudulenta de ejercicios o pruebas, será de aplicación lo recogido en las respectivas normativas de las universidades participantes en el Máster en Técnicas Estadísticas.

Esta guía y los criterios y metodologías en ella descritos están sujetos a las modificaciones que se deriven de normativas y directrices de las universidades participantes en el Máster en Técnicas Estadísticas.