



Universidade de Vigo

Trabajo Fin de Máster

---

# Predicción de Eventos de Emergencias Extra-hospitalarias Aplicando Modelos de Series Temporales

---

Erick Joaquín Sarante De Los Santos

Máster en Técnicas Estadísticas

Curso 2024-2025



## Propuesta de Trabajo Fin de Máster

<p><b>Título en galego:</b> Predicción de Eventos de Emerxencias Extra-hospitalarias Aplicando Modelos de Series Temporais</p>
<p><b>Título en español:</b> Predicción de eventos de Emergencias Extra-hospitalarias Aplicando Modelos de Series Temporales</p>
<p><b>English title:</b> Predicting Out-of-Hospital Emergency Events Using Time Series Models</p>
<p><b>Modalidad:</b> Modalidad A</p>
<p><b>Autor/a:</b> Erick Joaquín Sarante De Los Santos, Universidad de Coruña</p>
<p><b>Director/a:</b> Manuel Oviedo de la Fuente, Universida de Coruña. Carolina García Martos, Universidad Politécnica de Madrid.</p>
<p><b>Breve resumen del trabajo:</b></p> <p>Este proyecto tiene como objetivo desarrollar un modelo predictivo basado en series temporales para anticipar la demanda de servicios de emergencia en el Sistema 911. Utilizando técnicas avanzadas como modelos ARIMA, SARIMA y ARIMAX, se busca identificar patrones históricos y estacionales en la ocurrencia de eventos de emergencia, considerando factores como días festivos y eventos masivos. Además, se incluirá la detección de anomalías en la demanda y se evaluará la precisión de los modelos mediante métricas como MAE, RMSE, MAPE y MASE. Este trabajo tiene como propósito brindar una herramienta de predicción para prever picos de demanda y situaciones atípicas.</p>
<p><b>Recomendaciones:</b></p>
<p><b>Otras observaciones:</b></p>

Don Manuel Oviedo de la Fuente, Profesor Interino de la Universidad de Coruña, y Doña Carolina García Martos, Profesora Titular de Universidad Politécnica de Madrid, informan que el Trabajo Fin de Máster titulado

**Predicción de Eventos de Emergencias Extra-hospitalarias Aplicando Modelos de Series Temporales**

fue realizado bajo su dirección por don Erick Joaquín Sarante De Los Santos para el Máster en Técnicas Estadísticas. Estimando que el trabajo está terminado, dan su conformidad para su presentación y defensa ante un tribunal. Además, don Manuel Oviedo de la Fuente, doña Carolina García Martos y don Erick Joaquín Sarante De Los Santos

sí                       no

autorizan a la publicación de la memoria en el repositorio de acceso público asociado al Máster en Técnicas Estadísticas.

En A Coruña, a 13 de Enero de 2025.

El director:  
Don Manuel Oviedo de la Fuente

La directora:  
Doña Carolina García Martos

El autor:  
Don Erick Joaquín Sarante De Los Santos

---

**Declaración responsable.** Para dar cumplimiento a la Ley 3/2022, de 24 de febrero, de convivencia universitaria, referente al plagio en el Trabajo Fin de Máster (Artículo 11, [Disposición 2978 del BOE núm. 48 de 2022](#)), **Erick Joaquín Sarante De Los Santos** declara que el Trabajo Fin de Máster presentado es un documento original en el que se han tenido en cuenta las siguientes consideraciones relativas al uso de material de apoyo desarrollado por otros/as autores/as:

- Todas las fuentes usadas para la elaboración de este trabajo han sido citadas convenientemente (libros, artículos, apuntes de profesorado, páginas web, programas, . . . )
- Cualquier contenido copiado o traducido textualmente se ha puesto entre comillas, citando su procedencia.
- Se ha hecho constar explícitamente cuando un capítulo, sección, demostración, . . . sea una adaptación casi literal de alguna fuente existente.

Y, acepta que, si se demostrara lo contrario, se le apliquen las medidas disciplinarias que correspondan.

# Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi profundo agradecimiento a Dios, por concederme la oportunidad de vivir esta experiencia y ampliar mis conocimientos, guiándome en cada paso del camino.

A mis padres, hermanos y toda mi familia, quienes con su amor y apoyo incondicional me han ayudado a ser la persona que soy hoy. A ellos les dedico mi más sincero agradecimiento por estar presentes en cada etapa de mi vida académica, incluido este importante capítulo.

A mis amigos, quienes han sido una fuente constante de inspiración en mi vida e hicieron de este proceso más llevadero, y a mis compañeros, cuyo apoyo y compañerismo fueron fundamentales durante el mismo. Gracias por tenderme la mano en los momentos más desafiantes.

Finalmente, a mis directores del proyecto, quienes con su dedicación y guía hicieron de esta etapa una experiencia enriquecedora. Su acompañamiento ha sido clave para alcanzar este logro, y les estoy profundamente agradecido.



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
Motivación del Problema	1
Objetivos	1
La Dirección de Servicios de Atención a Emergencias y su Rol en el Sistema 9111-1	2
Integración con el Modelo Predictivo	3
<b>2. Estado del Arte</b>	<b>5</b>
2.1. Modelos de Series Temporales en Emergencias.	5
2.2. Redes Neuronales	6
2.3. Manejo de Datos Faltantes en Series Temporales	7
2.4. Detección de Datos Atípicos	8
2.5. Horizontes Temporales y Predicciones	8
<b>3. Metodología</b>	<b>11</b>
3.1. Métodos de Series Temporales	11
3.1.1. Definición de Series Temporales	11
3.1.2. Modelos Autorregresivos, de Medias Móviles, Procesos ARIMA y Extensiones	13
3.2. Imputación de Datos Faltantes en Series Temporales	19
3.2.1. Métodos Básicos de Imputación	19
3.2.2. Imputación Múltiple	21
3.2.3. Imputación Basada en el Filtro de Kalman	22
3.3. Intervenciones y Datos Atípicos en Series Temporales.	24
3.3.1. Análisis de Intervenciones	24
3.3.2. Detección de Datos Atípicos	26
3.4. Predicciones en Series Temporales	29
3.4.1. Predicción Puntual en Procesos ARIMA( $p, d, q$ )	29
3.4.2. Métodos Avanzados de Predicción en Series Temporales	30
3.4.3. Métricas de Evaluación de Predicciones	38
<b>4. Datos</b>	<b>41</b>
4.1. Origen y Descripción de los Datos	41
4.2. Preparación y Análisis Exploratorio de Datos	43
4.3. Análisis de Zonas de Cobertura y Distribución de Datos	47
<b>5. Aplicación y resultados</b>	<b>57</b>
5.1. Imputaciones	57
5.2. Ajuste de Modelo.	61
5.3. Metodos Avanzados de Predicción	82

<b>6. Conclusiones</b>	<b>87</b>
<b>7. Líneas Futuras</b>	<b>89</b>
<b>Referencias Bibliográficas</b>	<b>91</b>
<b>Anexos</b>	<b>93</b>

# Resumen

## Resumen en Español

Este trabajo tiene como objetivo realizar un análisis del sistema de atención a emergencias médicas (911) en la República Dominicana, aplicando técnicas avanzadas de series temporales. Los datos utilizados corresponden al número de asistencias diarias convertidos a tasas por cada 100,000 habitantes, lo que permite una comparación uniforme y ajustada a las características poblacionales. Esta información ha sido obtenida de la plataforma de datos abiertos de la [Dirección de Atención a Emergencias Extra-Hospitalarias \(DAEH\) \(2024\)](#).

El análisis abarca datos históricos desde mediados de 2021 hasta junio de 2024, de donde es la última consulta y extracción de los mismos. El trabajo busca modelar y predecir la demanda de servicios de emergencia considerando tanto variables temporales como características específicas del tipo de evento, como la prioridad del mismo. Este trabajo tiene un enfoque tanto académico como práctico, orientado a mejorar la gestión y operación del sistema de emergencias médicas 911/DAEH.

La implementación de técnicas avanzadas de análisis de series temporales permitirá comprender mejor los patrones temporales que influyen en la demanda de servicios, facilitando la identificación de tendencias y estacionalidades. Además, se desarrollarán modelos predictivos para anticipar la demanda y mitigar los desafíos asociados con picos en los requerimientos. Dado que las series temporales analizadas pueden contener valores atípicos y datos faltantes, se emplearán métodos robustos de imputación y detección de atípicos. Estas técnicas asegurarán la integridad y precisión de los análisis, incluso en escenarios de información incompleta o distorsionada.

Este proyecto tiene el potencial de generar información valiosa para la toma de decisiones en tiempo real, optimizando la planificación y respuesta operativa del sistema de emergencias. A través de esta investigación, se espera contribuir significativamente al análisis de datos en servicios críticos, promoviendo un enfoque basado en evidencia para la gestión de emergencias médicas. La identificación de patrones y la detección de eventos inusuales proporcionarán una base sólida para proponer mejoras en los protocolos de atención, impactando positivamente en la calidad del servicio y, en última instancia, en la atención a los ciudadanos.

## English abstract

This work aims to analyze the medical emergency response system (911) in the Dominican Republic by applying advanced time series techniques. The data used correspond to the number of daily assistance cases converted into rates per 100,000 inhabitants, enabling a uniform comparison adjusted to population characteristics. This information was obtained from the open data platform of [Dirección de Atención a Emergencias Extra-Hospitalarias \(DAEH\) \(2024\)](#).

The analysis covers historical data from mid-2021 to June 2024, which marks the latest consultation and extraction point. The study seeks to model and predict the demand for emergency services, considering both temporal variables and specific characteristics of event types, such as their priority. This work has both academic and practical objectives, focusing on improving the management and operation of the 911/DAEH medical emergency system.

The implementation of advanced time series analysis techniques will allow a better understanding of the temporal patterns influencing service demand, facilitating the identification of trends and seasonality. Furthermore, predictive models will be developed to anticipate demand and mitigate challenges associated with spikes in requirements. Since the analyzed time series may contain outliers and missing data, robust imputation and outlier detection methods will be employed. These techniques will ensure the integrity and accuracy of the analyses, even in scenarios with incomplete or distorted information.

This project has the potential to generate valuable information for real-time decision-making, optimizing the planning and operational response of the emergency system. Through this research, we aim to make a significant contribution to data analysis in critical services, promoting an evidence-based approach to medical emergency management. The identification of patterns and detection of unusual events will provide a solid foundation for proposing improvements in response protocols, positively impacting service quality and, ultimately, citizen care.

## Resumo en galego

Este traballo ten como obxectivo realizar unha análise do sistema de atención ás emerxencias médicas (911) na República Dominicana, aplicando técnicas avanzadas de series temporais. Os datos utilizados corresponden ao número de asistencias diarias convertidas en taxas por cada 100.000 habitantes, o que permite unha comparación uniforme e axustada ás características poboacionais. Esta información foi obtida da plataforma de datos abertos de [Dirección de Atención a Emergencias Extra-Hospitalarias \(DAEH\) \(2024\)](#).

A análise abrangue datos históricos desde mediados de 2021 ata xuño de 2024, data da última consulta e extracción dos mesmos. O traballo busca modelar e predicir a demanda de servizos de emerxencia considerando tanto variables temporais como características específicas do tipo de evento, como a prioridade do mesmo. Este traballo ten un enfoque tanto académico como práctico, orientado a mellorar a xestión e operación do sistema de emerxencias médicas 911/DAEH.

A implementación de técnicas avanzadas de análise de series temporais permitirá comprender mellor os patróns temporais que inflúen na demanda de servizos, facilitando a identificación de tendencias e estacionalidades. Ademais, desenvolveranse modelos predictivos para anticipar a demanda e mitigar os desafíos asociados cos picos nos requirimentos. Dado que as series temporais analizadas poden conter valores atípicos e datos ausentes, empregaranse métodos robustos de imputación e detección de atípicos. Estas técnicas asegurarán a integridade e precisión das análises, incluso en escenarios de información incompleta ou distorsionada.

Este proxecto ten o potencial de xerar información valiosa para a toma de decisións en tempo real, optimizando a planificación e resposta operativa do sistema de emerxencias. A través desta investigación, espérase contribuír significativamente á análise de datos en servizos críticos, promovendo un enfoque baseado en evidencia para a xestión de emerxencias médicas. A identificación de patróns e a detección de eventos inusuais proporcionarán unha base sólida para propoñer melloras nos protocolos de atención, impactando positivamente na calidade do servizo e, en última instancia, na atención aos cidadáns.



# Capítulo 1

## Introducción

En la actualidad, es necesario dar una respuesta oportuna a las necesidades de atención médica de urgencias y emergencias de la población dominicana, prioritariamente en el ámbito urbano y rural de escasos recursos económicos. Este hecho evidencia la necesidad de continuar el desarrollo y fortalecimiento de un sistema de atención médica extra-hospitalaria que articule los servicios de urgencia y emergencia. Los sistemas de respuesta de emergencia son fundamentales para garantizar la seguridad y bienestar de la población. Entre ellos, los servicios de Emergencia Extra-hospitalaria 911, desempeñan un papel crucial al proporcionar asistencia médica, policial o de bomberos ante situaciones de urgencia. Sin embargo, la creciente demanda y la complejidad de los eventos reportados ponen a prueba la eficiencia operativa y la capacidad de respuesta de estos sistemas. La gestión adecuada de los recursos disponibles depende en gran medida de la capacidad de prever la demanda futura de solicitudes de asistencia, lo que permitiría una mejor distribución y movilización de los equipos y recursos, así como una reducción del tiempo de respuesta. En este contexto, los modelos de series temporales desempeñan un papel clave al permitir la predicción de eventos de emergencia.

### Motivación del Problema

La creciente urbanización, la intensificación de los eventos climáticos extremos y las persistentes desigualdades regionales en el acceso a servicios de salud representan desafíos significativos para la capacidad de respuesta del sistema 911 en la República Dominicana. Estos factores han contribuido a un aumento sostenido en la demanda de servicios de emergencia, especialmente en aquellas regiones con recursos limitados o durante situaciones de alto impacto, como desastres naturales o eventos masivos.

Este panorama pone de manifiesto la necesidad urgente de implementar herramientas analíticas avanzadas que permitan no solo identificar y prever picos de demanda, sino también optimizar la planificación y asignación de recursos. Contar con estas herramientas no solo facilitaría una respuesta más efectiva y oportuna ante emergencias, sino que también contribuiría a la construcción de un sistema más resiliente y equitativo, capaz de adaptarse a las crecientes presiones y desafíos del contexto actual.

### Objetivo

#### Objetivo General

El objetivo general de este proyecto es desarrollar un modelo predictivo basado en series temporales para anticipar la ocurrencia de eventos de emergencia extrahospitalarios, mejorando la capacidad de respuesta y la asignación de recursos del sistema de emergencias.

#### Objetivos específicos

- Aplicar modelos de series temporales, como Modelo autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA)<sup>1</sup>, variante con componente estacional (SARIMA)<sup>2</sup> y con regresores externos (ARIMAX)<sup>3</sup> para prever la demanda de emergencias y estimar la ocurrencia futura de incidentes según el tipo de prioridad.
- Identificar patrones estacionales y analizar el impacto de variables como días festivos y eventos masivos en la demanda de emergencias, mediante la detección de efectos calendario.
- Detectar anomalías en la serie temporal, como picos atípicos de demanda, e investigar los factores asociados a estos eventos para comprender su impacto en el sistema.
- Evaluar la precisión y robustez de los modelos predictivos propuestos utilizando métricas como *Mean Absolute Error* (MAE), *Root Mean Squared Error* (RMSE), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) y *Mean Absolute Scaled Error* (MASE).
- Proporcionar herramientas predictivas que permitan optimizar la asignación de recursos humanos y logísticos del sistema de emergencias, anticipando la demanda y mejorando la capacidad operativa.

## La Dirección de Servicios de Atención a Emergencias y su Rol en el Sistema 911

La Dirección de Servicios de Atención a Emergencias Extra-hospitalarias (DAEH), Rep. Dominicana, tiene como misión fundamental diseñar y estandarizar los procedimientos y herramientas necesarios para asegurar la calidad en los servicios de traslado sanitario prehospitalario, tanto a nivel interregional como intrarregional. Su objetivo es garantizar una atención médica de emergencia eficiente, oportuna y de alta calidad, cubriendo la mayoría del territorio nacional. Este trabajo incluye la implementación de mecanismos de análisis de series temporales que permitan optimizar la respuesta y traslados de pacientes. En su parte clínica, la DAEH utiliza criterios homogéneos de recepción, acogida y clasificación que permiten priorizar de manera efectiva cada caso. En este sentido, la Dirección asegura que los servicios prestados a través del Sistema 911 operen bajo un marco de políticas, estándares y protocolos claros, orientados a ofrecer una atención médica prehospitalaria de excelencia.

El Sistema 911, pilar de la respuesta de emergencia en la Rep. Dominicana, cubre actualmente el 91.7% de la población, lo que equivale a una atención potencial para aproximadamente 9.1 millones de personas. Este sistema de emergencia no solo abarca la capital (Santo Domingo), sino también las principales provincias en las distintas regiones del país, permitiendo así una cobertura extendida y efectiva que maximiza los recursos disponibles. La distribución de la cobertura del 911 se organiza en cuatro zonas geográficas:

- **Zona Metropolitana:** La cobertura incluye el Gran Santo Domingo, compuesto por el Distrito Nacional y municipios como Santo Domingo Oeste, Los Alcarrizos, Pedro Brand, Santo Domingo Norte, Santo Domingo Este, Boca Chica y San Antonio de Guerra.
- **Zona Norte:** La cobertura se extiende a las provincias de Santiago, Puerto Plata, Valverde, La Vega, Monseñor Nouel, Hermanas Mirabal, Duarte, Samaná, María Trinidad Sánchez, Sánchez Ramírez y Espaillat.

---

<sup>1</sup>ARIMA son modelo estadístico que combina autoregresión, diferenciación para lograr estacionariedad y promedios móviles para modelar series temporales

<sup>2</sup>SARIMA son extensión de ARIMA que incluye componentes estacionales para capturar patrones periódicos en las series temporales.

<sup>3</sup>ARIMAX son extensión que nos lleva a un modelo ARIMA que incorpora variables explicativas adicionales (regresores) para mejorar la predicción.

- **Zona Sur:** Incluye las provincias de San Juan, Barahona, Azua, San José de Ocoa, San Cristóbal y Peravia.
- **Zona Este:** Abarca las provincias de Hato Mayor, El Seibo, La Altagracia, La Romana, San Pedro de Macorís y Monte Plata.

La estructura operativa del Sistema 911 está organizada en dos Puntos de Respuesta y Seguridad Pública (PSAP), los cuales coordinan la cobertura y respuesta en sus respectivas zonas asignadas. El PSAP Zona Metro se encarga de la atención en las provincias de Santo Domingo, San Cristóbal, Peravia, San Pedro de Macorís, La Romana, La Altagracia y Monte Plata. Por otro lado, el PSAP Zona Norte supervisa la atención en San Juan, Barahona, Azua, San José de Ocoa, Peravia, Hato Mayor, El Seibo, Santiago, Puerto Plata, Valverde, La Vega, Monseñor Nouel, Hermanas Mirabal, Duarte, Samaná, María Trinidad Sánchez, Sánchez Ramírez y Espaillat.

Para la atención de emergencias, el Sistema 911 utiliza unidades en dos modalidades específicas:

- **Soporte Vital Avanzado (SVA):** Equipado para emergencias de prioridad alta (prioridad 1)<sup>4</sup>
- **Soporte Vital Básico (SVB):** Este soporte está diseñado para emergencias de prioridad media o baja (prioridad 2)<sup>5</sup>.

Este enfoque operativo, basado en la priorización de los recursos según el tipo de emergencia, permite una optimización del tiempo de respuesta y una asignación eficiente de los recursos. Además, el uso de estándares homogéneos para la clasificación y triaje de casos asegura que las emergencias sean atendidas de manera efectiva, reduciendo el margen de error y minimizando la variabilidad en la calidad de atención.

## Integración con el Modelo Predictivo

La operación del Sistema 911, con su vasta cobertura y diferenciación en el nivel de atención, proporciona una base ideal para aplicar modelos predictivos de series temporales y análisis de demanda. La disponibilidad de datos históricos y detallados de eventos de emergencia en distintas zonas y tipos de soporte (SVA y SVB) permite desarrollar un modelo que anticipe la demanda de servicios en cada región. Esto es particularmente útil en el contexto de alta variabilidad e incertidumbre que caracteriza la demanda de los sistemas de emergencia, ya que las emergencias no solo varían por hora y día, sino también por factores exógenos como condiciones climáticas, festividades y eventos masivos.

Aplicar técnicas avanzadas de análisis de series temporales permitirá al Sistema 911 prever picos de demanda y anticipar la necesidad de recursos adicionales, mejorando la asignación de unidades de soporte vital en distintas localidades. Además, el análisis de anomalías permitirá identificar rápidamente eventos atípicos que puedan requerir una respuesta especial, como desastres naturales o accidentes de gran escala.

Al integrar un modelo predictivo con la estructura operativa existente, se espera mejorar significativamente la eficiencia operativa del Sistema 911 y contribuir al desarrollo del campo del análisis de series temporales aplicadas a servicios de emergencia. Esto no solo facilitará una atención más oportuna y adecuada a los ciudadanos, sino que también permitirá realizar ajustes proactivos en la gestión de recursos, anticipándose a la demanda y optimizando la calidad del servicio prestado a la población.

---

<sup>4</sup>Prioridad 1: Incluye situaciones críticas que requieren intervenciones inmediatas y avanzadas para preservar la vida del paciente. Ejemplos de estas emergencias son paros cardíacos, accidentes graves y lesiones traumáticas severas.

<sup>5</sup>Prioridad 2: Agrupa incidentes menos graves que, aunque requieren atención médica, no representan un riesgo inmediato para la vida del paciente. Entre estos se encuentran heridas leves, desmayos y otras condiciones que permiten una respuesta más flexible.



## Capítulo 2

# Estado del Arte

La disponibilidad de datos históricos detallados ha impulsado el desarrollo de modelos predictivos avanzados en servicios de emergencia, permitiendo identificar patrones temporales y prever la demanda de recursos. Entre las metodologías más utilizadas destacan los modelos de series temporales, que analizan tendencias y estacionalidades para anticipar eventos futuros y optimizar la gestión operativa.

Entre las metodologías más utilizadas para este propósito destacan los **modelos de series temporales**. Estos modelos, al analizar datos históricos, permiten no solo identificar patrones recurrentes en el tiempo, sino también predecir eventos futuros. Esto resulta crucial en el ámbito de los servicios de emergencia, donde las llamadas y solicitudes pueden variar según factores como el día de la semana, la hora del día y la época del año. Por ejemplo, las noches de fin de semana suelen mostrar un aumento en la demanda debido a eventos sociales, mientras que fenómenos climáticos y enfermedades estacionales incrementan las solicitudes durante el invierno. La capacidad de prever estos picos de demanda permite a los gestores de emergencias planificar recursos de manera más eficiente.

### 2.1. Modelos de Series Temporales en Emergencias.

Uno de los modelos más ampliamente adoptados en este campo es el ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) y su variante estacional SARIMA (*Seasonal ARIMA*) como lo podemos ver estudiados en [Aneiros \(2024\)](#). Estos modelos son útiles para identificar tendencias y patrones estacionales en los datos temporales, fundamentales en la planificación operativa de emergencias. En servicios de emergencia médica en Estados Unidos y Europa, los modelos SARIMA han sido utilizados con éxito para anticipar incrementos de demanda en situaciones específicas, como desastres climáticos o feriados prolongados. Su flexibilidad y capacidad para manejar datos dependientes del tiempo los convierten en una herramienta valiosa para entender las dinámicas operativas de los sistemas de emergencia.

Sin embargo, la demanda en emergencias extra-hospitalarias no solo responde a factores estacionales o tendencias históricas, sino que también está significativamente influenciada por eventos externos o atípicos, como festivales masivos, desastres naturales y pandemias globales. Estas extensiones, como ARIMAX (*Regression-ARIMA*), permiten incluir variables externas relevantes, como condiciones climáticas, festividades o densidad poblacional, mejorando así la precisión de las predicciones en escenarios complejos. En el caso de la República Dominicana, estas herramientas son esenciales para gestionar la alta variabilidad en la demanda del sistema 911, influenciada por festividades locales, fenómenos meteorológicos como huracanes y desigualdades regionales. La incorporación de estas variables ha demostrado mejorar significativamente la precisión de las predicciones en contextos de alta variabilidad.

Un ejemplo notable de su implementación se encuentra en estudios realizados en ciudades como Londres y Nueva York de [Xu y Brown \(2021\)](#). En estas investigaciones, la integración de variables climáticas y eventos específicos en los modelos ARIMAX permitió predecir con mayor precisión la

demanda de servicios de emergencia, especialmente en situaciones donde las condiciones climáticas extremas o eventos sociales masivos crearon un aumento inesperado en la carga de trabajo. Este enfoque ha probado ser especialmente útil para predecir patrones de demanda en emergencias relacionadas con olas de calor, tormentas invernales y concentraciones masivas de personas, como conciertos o manifestaciones públicas.

Estos avances destacan la importancia de los modelos de series temporales en la planificación y gestión de servicios críticos como los de emergencias extra-hospitalarias. Su capacidad para combinar información histórica y contextual en un marco predictivo fiable los posiciona como una herramienta esencial en la toma de decisiones basada en datos. A medida que la disponibilidad de datos y la complejidad de los sistemas de emergencia aumentan, la aplicación de estas técnicas continuará desempeñando un papel fundamental en la mejora de la atención y la preparación frente a eventos futuros.

Aunque la mayor parte de la investigación en series temporales aplicada a emergencias se ha centrado en los servicios médicos, su aplicación se extiende también a otros sistemas de emergencia, como la policía y los bomberos. En estos casos, los modelos de series temporales han demostrado ser herramientas valiosas para prever incidentes en áreas de alta criminalidad o en regiones propensas a incendios forestales, proporcionando datos críticos para la planificación estratégica y el despliegue eficiente de recursos. Un ejemplo notable es el uso de modelos SARIMA (*Seasonal ARIMA*) en servicios de policía. En un estudio realizado en Chicago por [Johnson y Helms \(2018\)](#), se utilizó este enfoque para predecir el número de delitos en diferentes distritos de la ciudad. Estas predicciones permitieron a las autoridades identificar patrones estacionales en la actividad delictiva y anticipar períodos de alta incidencia. Como resultado, la asignación de patrullas y otros recursos policiales pudo ser optimizada, mejorando la capacidad de respuesta en momentos de mayor demanda.

De manera similar, los sistemas de estaciones de bomberos han aprovechado los modelos de series temporales, especialmente aquellos que integran variables exógenas, para anticipar la frecuencia y severidad de incendios forestales. Estos modelos permiten incorporar factores meteorológicos, como temperaturas extremas y niveles de humedad, que son determinantes clave en la ocurrencia de incendios. En áreas como California y Australia, donde los incendios forestales suelen ser, por lo general estacionales y presentan un impacto significativo en la demanda de recursos de emergencia, este enfoque ha sido particularmente efectivo ([Williams y Abatzoglou, 2016](#)). Al combinar datos históricos con variables climáticas, los sistemas de bomberos en estas regiones han logrado optimizar la distribución de equipos y recursos durante épocas de alto riesgo, mejorando tanto la prevención como la capacidad de respuesta.

Estos ejemplos destacan la versatilidad de los modelos de series temporales para abordar problemas en múltiples contextos de emergencia. Ya sea en el ámbito policial o en la gestión de incendios, estas herramientas proporcionan un marco analítico robusto que combina la comprensión de patrones históricos con factores contextuales, permitiendo a las instituciones de emergencia operar de manera más proactiva y eficiente.

## 2.2. Redes Neuronales

Las redes neuronales han demostrado ser herramientas efectivas para la predicción de series temporales en diversos ámbitos, incluyendo los servicios de emergencia, como emergencias médicas, bomberos, policía e incendios. Su capacidad para modelar datos secuenciales y capturar patrones temporales complejos ha permitido abordar problemas críticos en estos contextos ([Carazo Melo y Amat Rodrigo, 2024](#)). Entre las arquitecturas más utilizadas se encuentran las Redes Neuronales Recurrentes (RNN) y sus variantes como *Long Short-Term Memory* (LSTM), diseñadas para superar problemas de dependencia a largo plazo en datos temporales ([Rautenstraub y Schiffer, 2023](#)). Estas redes son particularmente útiles para predecir la demanda de recursos en servicios de emergencia, permitiendo una planificación más eficiente.

Un caso destacado del uso de redes LSTM se encuentra en la predicción de llamadas al 911, donde estas redes han sido utilizadas para modelar patrones diarios y estacionales de demanda ([Carazo Melo](#)

y Amat Rodrigo, 2024). Este enfoque no solo mejora la precisión de las predicciones, sino que también permite integrar variables externas, como datos meteorológicos y eventos especiales, que influyen en la frecuencia de las emergencias (Mell *et al.*, 2007). De manera similar, las LSTM han mostrado un rendimiento sobresaliente en la predicción de la propagación de incendios forestales, permitiendo anticipar áreas de mayor riesgo y priorizar recursos para su control.

Por otra parte, la técnica de retropropagación resiliente (*Resilient Backpropagation, Rprop*) ha sido utilizada para entrenar redes neuronales de forma más eficiente (Riedmiller, 1994). Este algoritmo ajusta dinámicamente los pesos en función de la magnitud del gradiente, reduciendo los problemas asociados con el aprendizaje estancado. Aplicaciones recientes incluyen la predicción de la demanda de ambulancias (Bae y Kim, 2018), donde la combinación de Rprop con redes neuronales convolucionales (CNN) permitió transformar datos temporales en mapas de calor, mejorando la asignación de recursos y reduciendo los tiempos de respuesta (Rautenstraub y Schiffer, 2023).

Además, un análisis comparativo entre diferentes arquitecturas, como perceptrones multicapa (MLP) y redes neuronales de base radial (RBF), ha mostrado que estas también pueden ser útiles en escenarios de emergencia (Mercado y Gómez, 2016). Aunque su desempeño es inferior al de las RNN y LSTM en problemas con alta complejidad temporal, estas redes son más eficientes para tareas específicas, como la predicción de incidentes policiales en intervalos cortos de tiempo.

Las redes neuronales han revolucionado la predicción de series temporales en servicios de emergencia. Desde la optimización de la respuesta en emergencias médicas hasta la planificación de recursos en incendios forestales, estas técnicas ofrecen herramientas poderosas para modelar patrones complejos en datos históricos y en tiempo real. La combinación de algoritmos avanzados, como Rprop, con arquitecturas neuronales especializadas sigue siendo una dirección prometedora para mejorar la precisión y eficiencia en la gestión de emergencias.

## 2.3. Manejo de Datos Faltantes en Series Temporales

En el análisis de series temporales aplicado a los sistemas de emergencia, garantizar la integridad de los datos es esencial para una respuesta eficiente y coordinada ante eventos críticos. Servicios como ambulancias, bomberos, policía y manejo de incendios dependen de datos precisos para prever demandas, optimizar recursos y reducir los tiempos de respuesta. Sin embargo, la presencia de datos faltantes compromete la calidad de las predicciones y dificulta la planificación operativa en situaciones de alta incertidumbre.

Los datos faltantes pueden originarse por errores en los registros, fallas técnicas en los sistemas de captura o sobrecarga durante eventos masivos, como desastres naturales o emergencias sanitarias. Ante estos desafíos, se han implementado diversas metodologías para abordar este problema, siendo dos de las más utilizadas la **Imputación Múltiple** y el **Filtro de Kalman**, cada una con aplicaciones específicas y ventajas en el contexto de servicios de emergencia. (Subsección 3.2.2)

La **Imputación Múltiple**, introducida por Little y Rubin (2002) técnica que ha mostrado ser particularmente útil en la optimización de datos prehospitales, como registros de llamadas al 911 o tiempos de llegada de ambulancias. Por ejemplo, estudios como Li *et al.* (2014) han demostrado cómo la imputación múltiple mejora la precisión en predicciones de demanda en emergencias médicas, permitiendo a los gestores priorizar recursos con mayor efectividad. En incendios forestales y operaciones de rescate, esta metodología ha ayudado a reducir el sesgo en los modelos predictivos y a robustecer la planificación de recursos (Zhang y Li, 2017).

Por otro lado, el **Filtro de Kalman** se ha convertido en una herramienta poderosa para la estimación de estados en sistemas dinámicos con datos incompletos o ruidosos. Introducido por Kalman (1960), este método es especialmente adecuado para aplicaciones en tiempo real, como el seguimiento de vehículos de emergencia o la predicción de desplazamientos en escenarios de desastres. Por ejemplo, en el monitoreo de incendios, el Filtro de Kalman ha sido utilizado para estimar la propagación del fuego con datos meteorológicos incompletos (Mell *et al.*, 2007). En emergencias médicas, se ha aplicado para predecir en tiempo real la ubicación de ambulancias y optimizar sus rutas, incluso cuando los

datos GPS son inconsistentes (Bae y Kim, 2018).

Ambas metodologías tienen aplicaciones prácticas significativas en la gestión de emergencias. Mientras que la Imputación Múltiple es más adecuada para completar grandes conjuntos de datos históricos, asegurando robustez y reduciendo el sesgo en modelos predictivos, el Filtro de Kalman destaca en la capacidad de operar en tiempo real y de adaptarse rápidamente a cambios en el entorno. En conjunto, estas técnicas representan herramientas esenciales para mejorar la resiliencia y efectividad de los sistemas de emergencia, permitiendo a las instituciones tomar decisiones informadas y oportunas frente a eventos críticos.

## 2.4. Detección de Datos Atípicos

En el análisis de series temporales aplicado a servicios de emergencia extra-hospitalaria, no solo es importante prever la demanda, sino también identificar eventos atípicos que puedan alterar significativamente el funcionamiento del sistema. La detección de atípicos es un componente clave en este contexto, ya que permite reconocer rápidamente situaciones extraordinarias, como catástrofes naturales (huracanes, terremotos) o eventos masivos, que generan incrementos inesperados en la demanda de servicios en un corto período de tiempo. Este enfoque es fundamental para movilizar recursos adicionales y optimizar la respuesta del sistema en escenarios de alta presión. Los datos atípicos, o anomalías, pueden distorsionar el comportamiento esperado de la serie temporal, afectando tanto las predicciones como las decisiones operativas basadas en modelos históricos. En este sentido, la identificación de estos eventos no solo mejora la capacidad de respuesta inmediata, sino que también contribuye a un análisis retrospectivo más preciso, ayudando a ajustar las estrategias de planificación a largo plazo (Chen y Liu, 1993).

Diversas metodologías han sido desarrolladas para la detección de atípicos en series temporales. Entre las más utilizadas se encuentra la descomposición estacional, que separa los componentes de tendencia, estacionalidad y ruido en la serie temporal. Este enfoque permite identificar desviaciones significativas, como picos anómalos en la demanda. Estudios como los realizados por McLoughlin y Ahern (2020) han demostrado su efectividad para detectar cambios abruptos en los sistemas de emergencias médicas durante desastres naturales y eventos masivos. Por ejemplo, esta técnica facilita la identificación de atípicos generadas por tormentas severas o concentraciones masivas de personas, como conciertos o eventos deportivos.

Además, los modelos de suavización exponencial han sido ampliamente utilizados para capturar patrones de cambio rápido en la demanda. Estos modelos son particularmente útiles en situaciones donde el comportamiento de la serie temporal es altamente dinámico, permitiendo identificar atípicos en tiempo real. En investigaciones recientes (Channouf y L'Ecuyer, 2021), se ha destacado la capacidad de estos modelos para anticipar incrementos repentinos en las llamadas de emergencia, incluso en escenarios complejos con variabilidad considerable.

La integración de estas técnicas en los sistemas de emergencia permite no solo una mejor preparación ante eventos atípicos, sino también una mayor precisión en los modelos predictivos. Al combinar la detección de atípicos con modelos de predicción, los gestores de emergencias pueden anticipar problemas antes de que escalen, asegurando que los recursos estén disponibles en los momentos y lugares donde más se necesitan (López-de-Lacalle, 2024).

## 2.5. Horizontes Temporales y Predicciones

El horizonte temporal utilizado en un modelo predictivo es un factor crucial que influye en la precisión de los resultados, especialmente en el análisis de series temporales. La extensión del horizonte histórico permite capturar patrones temporales en distintas escalas, como estacionalidades anuales o tendencias a largo plazo. Sin embargo, no existe un consenso sobre la extensión óptima del horizonte, ya que este depende tanto de la naturaleza del problema como de las características específicas del modelo empleado.

En investigaciones recientes, como la de [Zhao et al. \(2022\)](#), se exploraron horizontes históricos de 5 años, 3 años, 1 año y 6 meses. Los resultados indicaron que el mejor desempeño para predicciones a corto plazo se logró utilizando un horizonte de 6 meses, combinado con arquitecturas avanzadas de Redes Neuronales Profundas. Esto sugiere que los patrones recientes pueden tener un peso significativo en las predicciones cuando predominan sobre tendencias históricas más largas. Por otro lado, otros estudios han optado por horizontes temporales más extensos. Por ejemplo, [Tuominen et al. \(2024\)](#) emplearon un horizonte de 4.5 años en sistemas de atención médica complejos, mientras que [Carvalho-Silva et al. \(2018\)](#) y [Calegari et al. \(2016\)](#) seleccionaron horizontes intermedios de 2 y 2.5 años, respectivamente. Estos enfoques permitieron capturar tanto tendencias generales como estacionalidades relevantes, logrando errores porcentuales similares entre ellos.

Además del horizonte de entrenamiento, es importante considerar el horizonte de predicción, ya que la precisión de los modelos tiende a deteriorarse conforme este se extiende. Este fenómeno, refleja cómo los errores aumentan con el tiempo, especialmente en escenarios de predicción a mediano o largo plazo. Por ejemplo, [Marcilio et al. \(2013\)](#) observaron un incremento significativo en los errores al pasar de predicciones diarias a horizontes de 7, 15 y 30 días. De manera similar, [Calegari et al. \(2016\)](#) reportaron un MAPE del 16 % en predicciones a 30 días, mientras que otros autores alcanzaron un MAPE del 12 % bajo condiciones similares. Sin embargo, los avances en metodologías, como el uso de redes neuronales profundas, han demostrado ser efectivos en mitigar esta degradación. Por ejemplo, [Yousefi et al. \(2020\)](#) lograron un MAPE de 5.5 % al extender el horizonte de predicción de 1 día a una semana, destacando el potencial de los modelos avanzados para mantener una precisión considerable en horizontes más largos.



# Capítulo 3

## Metodología

### 3.1. Métodos de Series Temporales

En este capítulo plantaremos una breve introducción de que son las series temporales, dando definiciones y conceptos que harán posible el desarrollo del trabajo practico siguiente finalizado este capítulo, no sin ver sus aplicaciones mas habituales.

#### 3.1.1. Definición de Series Temporales

Una serie temporal es una secuencia de observaciones ordenadas en el tiempo, registradas en puntos sucesivos, espaciados a intervalos regulares o irregulares. Las observaciones, denotadas como  $\{X_t\}_{t \in T}$ , están indexadas por  $t$ , que representa el tiempo, y su análisis tiene como objetivo principal estudiar el comportamiento dinámico de los datos y sus posibles relaciones temporales ([Hyndman y Athanassopoulos, 2021](#)).

Una serie temporal se define como:

$$\{X_t\}_{t=1}^n, \quad t \in T, \quad (3.1)$$

donde:

- $X_t$  es el valor observado en el tiempo  $t$ , expresado en desviaciones respecto a la media. Esta elección permite analizar los valores como fluctuaciones alrededor de un promedio y, en consecuencia, omitir la necesidad de incluir una constante  $C$ , ya que  $X_t$  está centrado en cero.
- $T$  es el conjunto de puntos en el tiempo (normalmente  $T = \{1, 2, \dots, n\}$  para instantes discretos de tiempo),
- $n$  es el número total de observaciones.

El análisis de series temporales tiene como objetivo modelar el comportamiento de  $X_t$  para comprender su estructura, identificar patrones y realizar predicciones. Una serie temporal puede descomponerse en sus componentes clave de la siguiente forma:

$$X_t = T_t + S_t + \epsilon_t, \quad (3.2)$$

- $T_t$ : Representa la tendencia, que refleja los cambios a largo plazo en el nivel promedio.
- $S_t$ : Representa la estacionalidad, que captura las variaciones periódicas o cíclicas.
- $\epsilon_t$ : Es el ruido, el componente aleatorio o impredecible.

Una serie temporal puede considerarse como una realización de un proceso estocástico  $\{X_t\}$ , definido como un conjunto de variables aleatorias indexadas por el tiempo. Las propiedades estadísticas de la serie temporal, como su media, varianza y covarianza, son fundamentales para su análisis:

1. **Media Esperada** ( $\mu_t$ ):

$$\mu_t = \mathbb{E}[X_t], \quad (3.3)$$

que representa la tendencia central del proceso en el tiempo  $t$ .

2. **Varianza** ( $\sigma_t^2$ ):

$$\sigma_t^2 = \mathbb{E}[(X_t - \mu_t)^2], \quad (3.4)$$

que mide la dispersión de los valores respecto a la media.

3. **Covarianza** ( $\gamma(s, t)$ ):

$$\gamma(s, t) = \mathbb{E}[(X_s - \mu_s)(X_t - \mu_t)], \quad (3.5)$$

que mide la relación lineal entre las observaciones en los tiempos  $s$  y  $t$ .

Si estas propiedades no dependen del tiempo absoluto  $t$ , la serie se considera *estacionaria*, un concepto clave en el análisis de series temporales. Es decir si sus propiedades estadísticas son constantes en el tiempo. Esto implica que:

$$\mathbb{E}[X_t] = \mu, \quad \text{Var}(X_t) = \sigma^2, \quad \text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \gamma(h) \quad (3.6)$$

donde  $\gamma(h)$  es la covarianza y depende solo del desfase  $h$ , no del tiempo absoluto  $t$ .

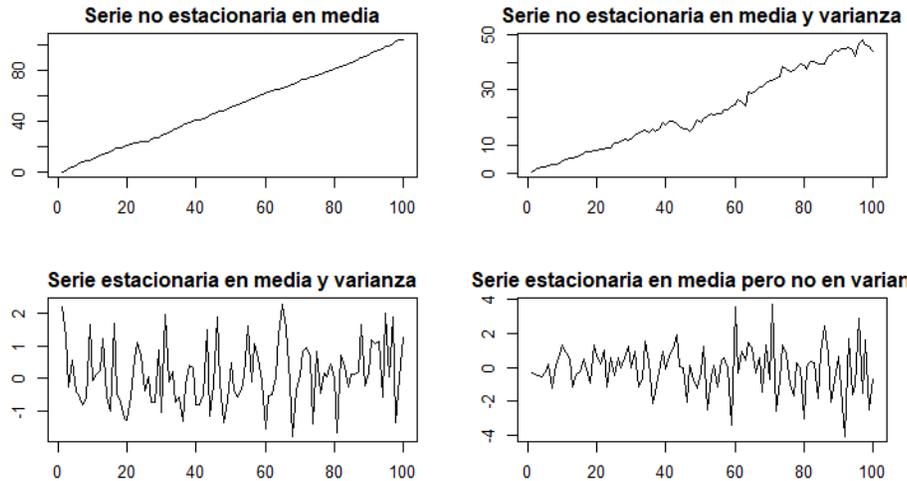


Figura 3.1: Ejemplo de distintas series estacionarias y no estacionarias.

En la Figura 3.1 observamos un ejemplo de series temporales que ilustran diferentes características de estacionariedad: (i) no estacionaria en media (crecimiento lineal), (ii) no estacionaria en media y varianza (tendencia y dispersión creciente), (iii) estacionaria en media y varianza (valores oscilando alrededor de una media constante), y (iv) estacionaria en media pero no en varianza (fluctuaciones de amplitud variable).

Una serie temporal la podemos tener de manera **univariante**, donde la definimos como aquella en la que se estudia una sola variable a lo largo del tiempo. Por ejemplo,  $X_t$  podría representar la cantidad diaria de llamadas a un sistema de emergencias, la temperatura promedio de una ciudad o las ventas diarias de un producto.

La serie univariante puede representarse como:

$$X_t, \quad t \in T,$$

donde solo se considera una dimensión de datos observados en cada instante de tiempo. Su análisis se centra en descubrir patrones como lo que se destacan en la Subsección 3.1.1. El estudio de series univariantes es fundamental para desarrollar modelos predictivos simples, como los modelos ARIMA, que se basan en la estructura interna de la serie para realizar predicciones sin necesidad de información adicional.

### 3.1.2. Modelos Autorregresivos, de Medias Móviles, Procesos ARIMA y Extensiones

El análisis de series temporales incluye el uso de modelos estadísticos para capturar patrones subyacentes en los datos y realizar predicciones. Entre estos modelos destacan los procesos autorregresivos (AR), de promedio móvil (MA), combinados (ARMA), integrados (ARIMA) y estacionales (SARIMA), cada uno de ellos adecuado para diferentes tipos de series temporales.

Para determinar los grados ( $p$ ) y ( $q$ ) en los modelos AR y MA, así como sus combinaciones ARMA, ARIMA y SARIMA, donde, se utilizan las funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF). La ACF mide la correlación entre una serie temporal y sus retardos, mientras que la PACF mide la correlación entre una serie temporal y sus retardos, eliminando la influencia de los retardos intermedios.

#### Procesos Autorregresivos (AR)

Un proceso autorregresivo de orden  $p$ , denotado como  $AR(p)$ , modela el valor actual de la serie temporal  $X_t$  como una combinación lineal de sus valores pasados y un término de error aleatorio. Matemáticamente, se define como:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t, \quad (3.7)$$

donde:

- $\phi_i$  son los coeficientes autorregresivos ( $i = 1, \dots, p$ ),
- $\epsilon_t$  es ruido blanco con media cero y varianza constante ( $\mathbb{E}[\epsilon_t] = 0$ ,  $\text{Var}(\epsilon_t) = \sigma^2$ ).

El proceso  $AR(p)$  es estacionario si las raíces del polinomio característico:

$$(1 - \phi B)X_t = \epsilon_t \quad (3.8)$$

donde  $B$  es el operador de rezago ( $BX_t = X_{t-1}$ ), están fuera del círculo unitario.

Si observamos una PACF con valores significativos hasta el tercer retardo y luego valores cercanos a cero, esto sugiere un modelo  $AR(3)$ . Como se observa en la Figura 3.2 que ilustra una serie temporal de orden  $AR(3)$  con su respectiva función de autocorrelación (ACF) y función de autocorrelación parcial (PACF).

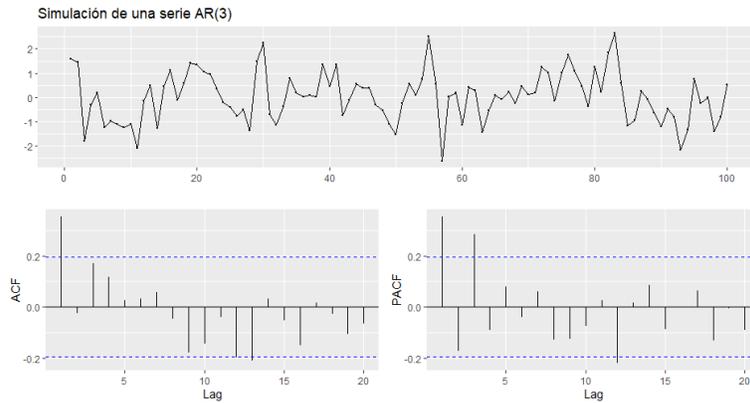


Figura 3.2: Ejemplo de una serie temporal de orden AR(3).

### Procesos de Medias Móvil (MA)

Un proceso de promedio móvil de orden  $q$ , denotado como  $MA(q)$ , modela  $X_t$  como una combinación lineal de valores pasados del término de error. Matemáticamente:

$$X_t = \epsilon_t + \theta_1\epsilon_{t-1} + \theta_2\epsilon_{t-2} + \dots + \theta_q\epsilon_{t-q}, \quad (3.9)$$

donde:

- $\theta_i$  son los coeficientes del promedio móvil ( $i = 1, \dots, q$ ),
- $\epsilon_t$  es ruido blanco.

El proceso  $MA(q)$  es intrínsecamente estacionario, ya que no depende de los valores pasados de la serie, sino únicamente de términos de error, los cuales son estacionarios por naturaleza. Cuando la función de autocorrelación (ACF) muestra valores significativos hasta el segundo retardo y luego valores cercanos a cero, esto sugiere la adecuación de un modelo  $MA(2)$ . En la Figura 3.3, se presenta un ejemplo de una serie temporal de orden  $MA(2)$ , donde se observa cómo se comportan los retardos. Aunque en la figuras de las autocorrelaciones parciales (PACF) podrían aparecer retardos más lejanos, la selección del modelo prioriza la simplicidad para garantizar robustez y facilidad de interpretación, evitando modelos excesivamente complejos que podrían sobreajustarse a los datos.

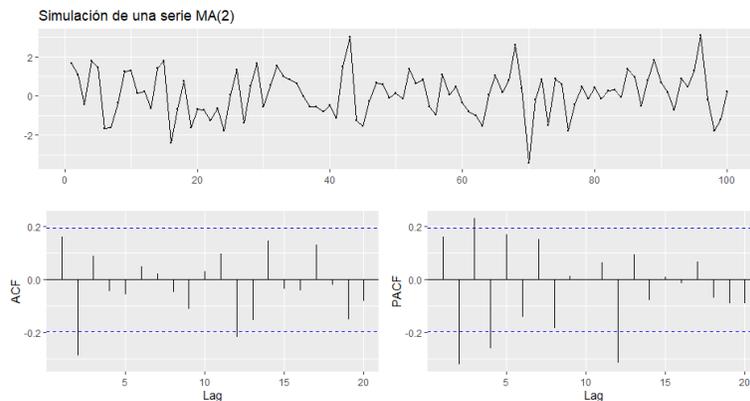


Figura 3.3: Ejemplo de una serie temporal de orden MA(2).

La Figura 3.3 ilustra una simulación de una serie temporal basada en un modelo MA(2). En la figura, se observa que la ACF presenta cortes significativos en los primeros dos rezagos, lo que coincide con las características teóricas de un modelo MA(2). Algunos valores fuera del rango esperado en rezagos mayores pueden deberse a errores aleatorios,

### Procesos ARMA

El modelo ARMA( $p, q$ ) combina los procesos AR( $p$ ) y MA( $q$ ) en una única representación. Se define como:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}. \quad (3.10)$$

Este modelo se utiliza para series estacionarias, capturando tanto la dependencia lineal con valores pasados de la serie (AR) como la influencia de términos de error pasados (MA).

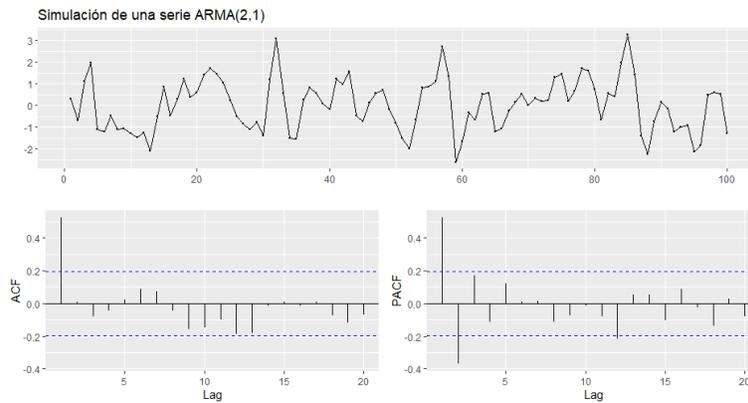


Figura 3.4: Ejemplo ARMA(2,1). (Elaboración Propia Simulada).

La Figura 3.4: Simulación de una serie temporal ARMA(2,1) con su ACF y PACF. La ACF muestra una combinación de decaimiento gradual típico de componentes AR y cortes en rezagos asociados a componentes MA. La PACF tiene cortes significativos en los primeros dos rezagos, característicos del término AR(2). La combinación refleja la estructura mixta del modelo ARMA(2,1).

### Procesos ARIMA

El modelo ARIMA( $p, d, q$ ) extiende el ARMA al caso de series no estacionarias al incluir un componente de integración ( $d$ ), que representa las diferencias sucesivas necesarias para transformar una serie no estacionaria en estacionaria:

$$Y_t = \Delta^d X_t = (1 - B)^d X_t, \quad (3.11)$$

donde  $\Delta^d$  es el operador de diferencias de orden  $d$ . El modelo ARIMA se expresa como:

$$\Phi(B)(1 - B)^d X_t = \Theta(B)\epsilon_t, \quad (3.12)$$

donde  $\Phi(B)$  y  $\Theta(B)$  son polinomios de orden  $p$  y  $q$ , respectivamente.

Para verificar si una serie es estacionaria y determinar si es necesario aplicar diferenciación, se utilizan herramientas estadísticas como las pruebas de ADF (Dickey-Fuller Aumentada) y KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin), que abordan la estacionariedad desde perspectivas complementarias.

**Prueba ADF:** La prueba ADF evalúa la presencia de una *raíz unitaria* en la serie, lo que implica no estacionariedad. El modelo que utiliza incluye un término de tendencia y rezagos de la serie para capturar autocorrelaciones, y se expresa como:

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \gamma X_{t-1} + \sum_{i=1}^k \phi_i \Delta X_{t-i} + \epsilon_t, \quad (3.13)$$

donde:

- $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$  es la diferencia de primer orden.
- $\alpha$  y  $\beta t$  representan una constante y una tendencia determinista.
- $k$  es el número de rezagos seleccionados.

Bajo la hipótesis nula ( $H_0$ ),  $\gamma = 0$ , lo que indica que la serie tiene una raíz unitaria y, por tanto, no es estacionaria. Si se rechaza  $H_0$ , se concluye que la serie es estacionaria.

**Prueba KPSS:** En contraste, la prueba KPSS evalúa si una serie es *estacionaria en nivel o tendencia*. Su modelo asume que la serie puede descomponerse como:

$$X_t = \mu_t + \epsilon_t, \quad \mu_t = \mu_{t-1} + \nu_t, \quad (3.14)$$

donde  $\mu_t$  representa una tendencia determinista o estocástica, y  $\epsilon_t$  es un ruido blanco.

Bajo la hipótesis nula ( $H_0$ ), se asume que la serie es estacionaria (en nivel o tendencia), mientras que la hipótesis alternativa ( $H_1$ ) indica que no lo es. Se utiliza la varianza acumulada de los residuos para calcular la estadística de prueba.

La principal diferencia entre ambas pruebas radica en sus hipótesis nulas donde la prueba ADF busca **evidencia de no estacionariedad** (presencia de raíz unitaria) al rechazar  $H_0$  y la prueba KPSS busca **evidencia de estacionariedad** al no rechazar  $H_0$ . En conjunto, estas pruebas ofrecen una visión integral: si la ADF rechaza  $H_0$  y la KPSS no lo hace, se refuerza la conclusión de que la serie es estacionaria. Si ambas pruebas arrojan resultados opuestos, es probable que la serie sea marginalmente estacionaria o requiera diferenciación adicional para lograr estacionariedad estricta. (Barrio Castro *et al.*, 2001)

Este proceso de evaluación, junto con el análisis de las funciones de autocorrelación (*ACF*) y autocorrelación parcial (*PACF*), permite determinar el número de diferencias regulares ( $d$ ) y estacionales ( $D$ ) necesarias para modelar la serie con un ARIMA o SARIMA.

Por ejemplo, un ARIMA(1,1,1) toma la forma:

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B)X_t = (1 + \theta_1 B)\epsilon_t.$$

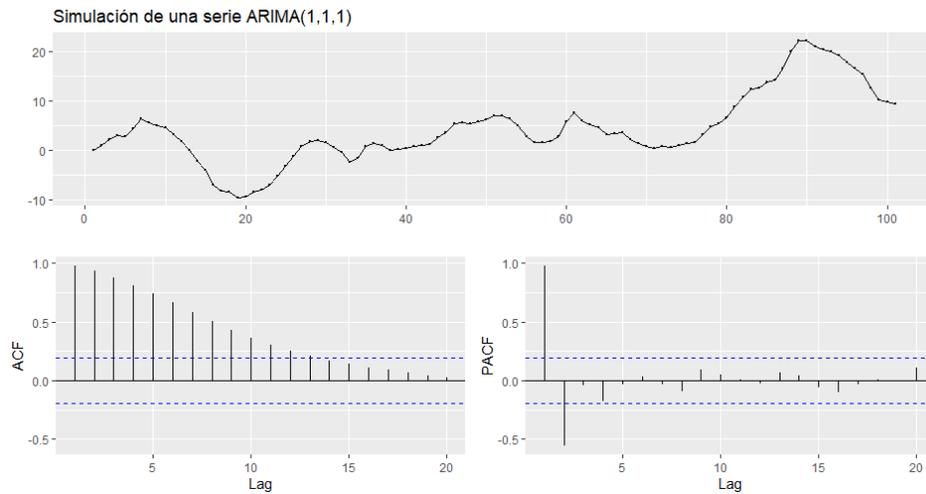


Figura 3.5: Ejemplo ARIMA(1,1,1).

La Figura debe derivar de una serie con tendencia, es decir, no estacionaria, para que sea posible aplicar la diferenciación regular (Figura 3.1).

Este modelo resulta particularmente útil en el análisis de series temporales que presentan tendencias o cambios persistentes. Para más detalles, consúltese [Hyndman y Athanasopoulos \(2021\)](#).

### Procesos SARIMA

El modelo SARIMA  $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$  incluye componentes estacionales al modelo ARIMA, capturando patrones repetitivos a intervalos regulares ( $s$ ). Se define como:

$$\Phi(B^s)(1 - B^s)^D \Phi(B)(1 - B)^d X_t = \Theta(B)\Theta(B^s)\epsilon_t, \quad (3.15)$$

donde:

- $P, D, Q$  son los órdenes estacionales de autoregresión, diferencias y promedio móvil,
- $s$  es la periodicidad estacional.

Por ejemplo, un SARIMA  $(1, 0, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$  modela una serie mensual con estacionalidad anual ( $s = 12$ ).

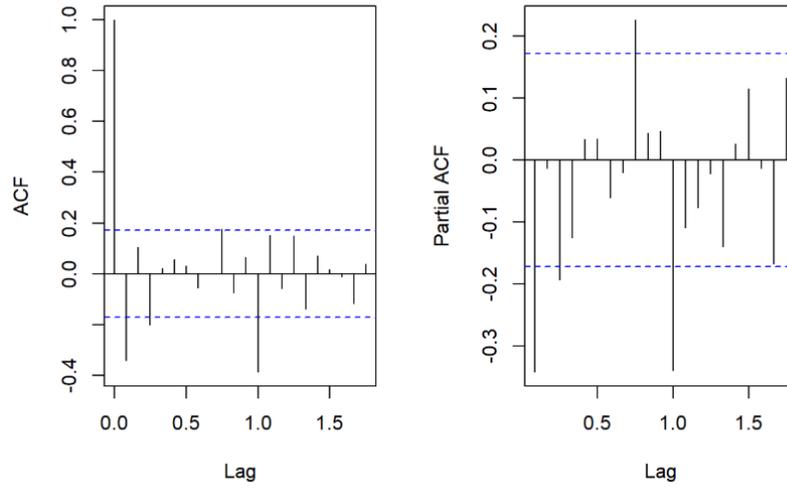


Figura 3.6: Ejemplo SARIMA.

Las conclusiones de la Figura 3.6, nos llevan a sugerir un  $\text{ARIMA}(1, 1, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ , un  $\text{ARIMA}(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)_{12}$  o  $\text{ARIMA}(1, 1, 1) \times (0, 1, 1)_{12}$ . Este modelo es ampliamente utilizado en aplicaciones prácticas, como la predicción de series con estacionalidad diaria, semanal o anual. Consulte [Hyndman y Athanasopoulos \(2021\)](#) para ejemplos detallados con datos muy parecidos a los que utilizaremos en este trabajo.

### Procesos ARIMAX

El modelo AutoRegressive Integrated Moving Average with eXogenous variables (**ARIMAX**) es una extensión del modelo ARIMA que incorpora variables exógenas como predictores. Este modelo combina componentes autorregresivos (AR), diferencias integradas (I) y de promedio móvil (MA), mientras incluye una relación con una o más series externas que influyen en la serie temporal principal. Se define como:

$$\phi(B)(1 - B)^d Y_t = \theta(B)\epsilon_t + \beta(B)X_t, \quad (3.16)$$

donde:

- $Y_t$ : Serie temporal objetivo.
- $X_t$ : Variable o conjunto de variables exógenas.
- $B$ : Operador de rezago ( $BY_t = Y_{t-1}$ ).
- $\phi(B)$ : Polinomio de autoregresión ( $1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ ).
- $\theta(B)$ : Polinomio de promedio móvil ( $1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$ ).
- $\beta(B)$ : Polinomio de impacto de las variables exógenas ( $\beta_0 + \beta_1 B + \dots + \beta_k B^k$ ).
- $d$ : Grado de diferenciación.
- $\epsilon_t$ : Error aleatorio o ruido blanco ( $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ ).

Los componentes principales del modelo son:  $\phi(B)(1 - B)^d Y_t$  que captura las propiedades autorregresivas y de diferenciación de la serie temporal principal,  $\beta(B)X_t$  que representa la influencia de las variables exógenas en  $Y_t$  y  $\theta(B)\epsilon_t$  que maneja la estructura de ruido blanco utilizando un promedio móvil.

Este modelo permite analizar cómo las variables exógenas impactan la serie temporal objetivo  $Y_t$  mientras considera la estructura interna de  $Y_t$ .

## 3.2. Imputación de Datos Faltantes en Series Temporales

En el manejo de datos faltantes, los métodos de imputación simples, como la imputación por media, la última observación disponible (LOCF) o la interpolación lineal, son opciones rápidas y fáciles de implementar. Sin embargo, estas técnicas tienen limitaciones importantes: no capturan patrones complejos como estacionalidades o tendencias, y pueden introducir sesgos en series temporales.

La imputación múltiple, propuesta por [Little y Rubin \(2002\)](#), supera estas limitaciones al generar varios conjuntos de datos imputados ( $m > 1$ ) mediante simulaciones de Monte Carlo, permitiendo reflejar la incertidumbre asociada a los valores faltantes. Este enfoque preserva mejor las dependencias temporales y es particularmente útil para series con patrones estacionales o tendencias significativas. Otro método con grandes resultados es el Filtro de Kalman que se basa en un modelo de estado espacio, que es una representación matemática de una serie temporal que incluye tanto el proceso observado como el proceso no observado (estado), lo que permite generar una serie temporal completa y suavizada, enfoque que es particularmente adecuado para series temporales que presentan patrones complejos y ruido. ([Shumway y Stoffer, 2000](#)).

Un aspecto esencial para seleccionar la técnica adecuada de imputación es comprender la naturaleza de los datos faltantes, que generalmente se clasifican en tres categorías según [Rubin \(1976\)](#) y exploradas en detalle en obras como *Statistical Analysis with Missing Data* de [Little y Rubin \(2002\)](#). La primera categoría es *Missing Completely At Random (MCAR)*, donde los valores faltantes no dependen ni de las observaciones faltantes ni de las observadas. En este caso, la ausencia de datos es completamente aleatoria, como podría suceder con un fallo técnico inesperado en un sensor. Bajo este supuesto, los análisis estándar no suelen estar sesgados. Por otro lado, la categoría *Missing At Random (MAR)* implica que los valores faltantes dependen únicamente de las observaciones disponibles, pero no de los valores que faltan en sí mismos. Por ejemplo, si la probabilidad de que falten datos depende de la hora del día pero no de los datos faltantes directamente. En este escenario, métodos como la imputación múltiple resultan altamente efectivos. Finalmente, la categoría *Missing Not At Random (MNAR)* se presenta cuando los valores faltantes dependen directamente de los propios datos que faltan. Este es el caso más complejo, ya que introduce sesgos significativos que requieren modelos más sofisticados o supuestos adicionales para ser abordados. Para series temporales, se necesitan enfoques que consideren la dependencia temporal y estacionalidad. Métodos como los antes dicho **Filtro de Kalman** y la **imputación múltiple**, detallados por [Little y Rubin \(2002\)](#) y [Shumway y Stoffer \(2000\)](#), son herramientas eficaces para preservar patrones temporales y estacionales en los análisis.

En este trabajo, la imputación por Filtro de Kalman (Subsección [3.2.3](#)) se aplica para completar registros faltantes, donde no se capturaron las asistencias en días puntuales. Esta metodología es preferible porque preserva los patrones temporales de los datos, esenciales para la construcción de modelos predictivos robustos en un sistema de emergencias como el 911. Métodos simples, como la imputación por media o interpolación, no serían suficientes para capturar la estacionalidad o las tendencias presentes en los datos. Cada imputación se realiza bajo la suposición de que los datos faltantes son "*aleatorios*" (MAR)

### 3.2.1. Métodos Básicos de Imputación

Los métodos básicos de imputación son ampliamente utilizados debido a su simplicidad y bajo costo computacional. Son especialmente útiles en situaciones donde se necesita una solución rápida o cuando la complejidad de los datos no justifica el uso de técnicas más avanzadas ([Rubin, 1976](#)).

**Imputación por Media o Mediana:** Consiste en reemplazar los valores faltantes con la media o la mediana de los datos disponibles. Estos métodos son sencillos y efectivos en casos donde los datos faltantes no presentan una estructura temporal fuerte ni están correlacionados con otras variables. Por ejemplo, para un conjunto de datos con valores estables y sin tendencia, la imputación por la mediana puede reducir el impacto de valores atípicos.

$$X_{\text{imputado},t} = \text{Media} \quad \text{o} \quad X_{\text{imputado},t} = \text{Mediana} \quad (3.17)$$

**Imputación por Último Valor Observado (LOCF, por sus siglas en inglés):** Este método utiliza el último valor registrado antes del dato faltante como sustituto. Es especialmente útil en series temporales donde los valores cambian lentamente o muestran persistencia en el tiempo. Por ejemplo:

$$X_{\text{imputado},t} = X_{t-1}, \quad \text{si } t \text{ es un valor faltante.} \quad (3.18)$$

Donde Valor Faltante lo definiremos como NA

Aunque es simple y directo, este método puede introducir sesgos si los valores faltantes ocurren durante cambios significativos en la serie.

**Imputación por Patrones Temporales:** En series temporales, los datos suelen seguir patrones repetitivos, como estacionalidad diaria o semanal. La imputación basada en patrones temporales aprovecha estas características al rellenar los valores faltantes utilizando datos históricos del mismo período. Por ejemplo, para un dato faltante el 15 de enero, se puede usar el promedio de los valores del 15 de enero en años previos.

**Imputación por  $k$ -Vecinos Más Cercanos (k-NN):** Este método utiliza una métrica de similitud (como la distancia euclidiana) para identificar las observaciones más cercanas al dato faltante. Luego, se calcula un valor promedio ponderado de los  $k$  vecinos más similares para imputar el dato. Aunque requiere más recursos computacionales, k-NN puede capturar relaciones no lineales entre los datos. La imputación se define como:

$$X_{\text{imputado},t} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i X_i}{\sum_{i=1}^k w_i}, \quad (3.19)$$

donde  $w_i$  son pesos inversamente proporcionales a la distancia entre el vecino  $i$  y el punto faltante.

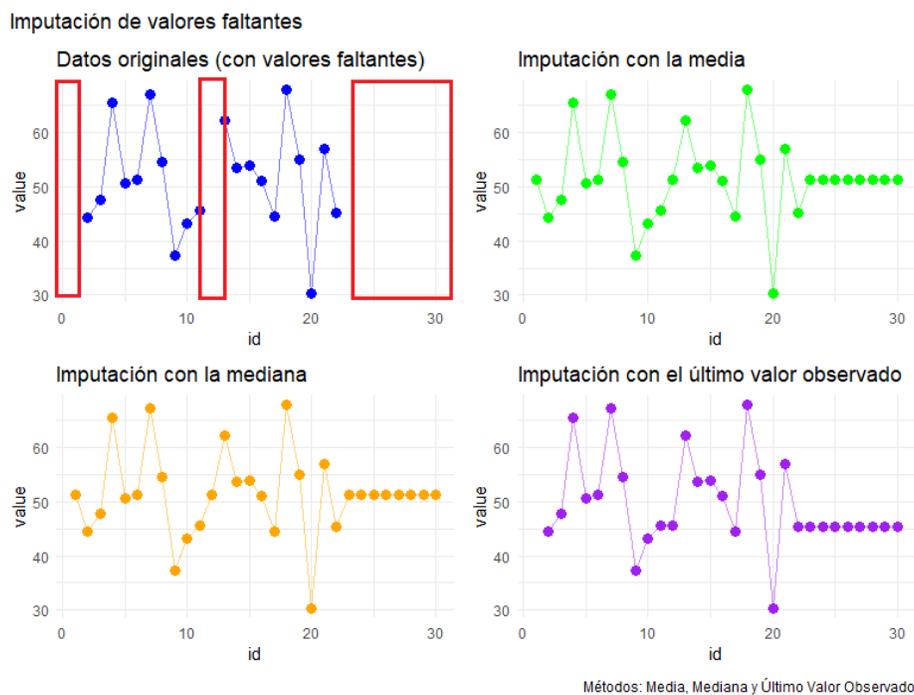


Figura 3.7: Ejemplo Serie con datos faltantes e imputados.

En la Figura 3.7 tenemos un ejemplo de una serie temporal con datos faltantes y su imputación mediante distintos métodos: (i) datos originales con valores faltantes marcados, (ii) imputación con la media, (iii) imputación con la mediana y (iv) imputación utilizando el último valor observado. (Elaboración propia, simulación).

Estos métodos simples tienen limitaciones, especialmente cuando los datos faltantes no son MCAR (Sección 3.2). Por ejemplo, la imputación por media o mediana no preserva la variabilidad de los datos, mientras que métodos como LOCF pueden perpetuar sesgos en períodos de alta variabilidad. Sin embargo, en escenarios donde los patrones temporales son consistentes, estas técnicas pueden proporcionar resultados razonables con un costo computacional bajo (Little y Rubin, 2002).

### 3.2.2. Imputación Múltiple

El **procedimiento de imputación múltiple**, propuesto por Little y Rubin (2002), utiliza un enfoque bayesiano para generar  $m > 1$  conjuntos de datos completos, donde los valores faltantes son imputados en cada conjunto utilizando métodos de simulación de Monte Carlo. Posteriormente, los análisis estadísticos se realizan en cada conjunto imputado, y los resultados se combinan para producir estimaciones finales que reflejan tanto la variabilidad dentro de cada imputación como entre las imputaciones.

Sea  $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_{\text{obs}}, \mathbf{X}_{\text{mis}})$  una matriz de datos donde:

- $\mathbf{X}_{\text{obs}}$  son los datos observados,
- $\mathbf{X}_{\text{mis}}$  son los datos faltantes.

El procedimiento de IM se basa en tres pasos principales:

1. **Imputación:** Se generan  $m$  conjuntos de datos completos imputando los valores faltantes  $\mathbf{X}_{\text{mis}}^{(j)}$  ( $j = 1, \dots, m$ ) usando simulaciones basadas en la distribución condicional:

$$P(\mathbf{X}_{\text{mis}} \mid \mathbf{X}_{\text{obs}}, \Theta), \quad (3.20)$$

donde  $\Theta$  son los parámetros del modelo subyacente.

2. **Análisis:** Se realiza un análisis estadístico en cada conjunto imputado, produciendo estimaciones  $\hat{Q}^{(j)}$  y errores estándar  $U^{(j)}$  para el parámetro de interés  $Q$ .

3. **Combinación de resultados:** Las estimaciones finales se calculan como:

$$\bar{Q} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \hat{Q}^{(j)}, \quad (3.21)$$

y el error estándar combinado se define como:

$$T = \bar{U} + \left(1 + \frac{1}{m}\right) B, \quad (3.22)$$

donde  $\bar{U}$  es el promedio de los errores estándar  $U^{(j)}$  y  $B$  es la varianza entre las imputaciones:

$$B = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (\hat{Q}^{(j)} - \bar{Q})^2. \quad (3.23)$$

Aunque este procedimiento tiene muchas ventajas, no se debe asumir sin cuestionar que los métodos de Imputación Múltiple (IM) son siempre la mejor opción estadística para la sustitución de datos. Cada caso es único, y dependiendo de la variable en estudio, el porcentaje de datos faltantes y su patrón, puede haber situaciones en las que otros métodos descritos en este trabajo sean más apropiados que el procedimiento de IM. (Little y Rubin, 2002).

### 3.2.3. Imputación Basada en el Filtro de Kalman

El filtro de Kalman se basa en un modelo de estado espacio, que es una representación matemática de una serie temporal que incluye tanto el proceso observado como el proceso no observado (estado). (Shumway y Stoffer, 2000).

El filtro de Kalman se define a partir de un modelo de espacio de estados compuesto por dos ecuaciones:

- **Ecuación de estado:**

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{F}\mathbf{x}_{t-1} + \epsilon_t, \quad (3.24)$$

donde:

- $\mathbf{x}_t$  es el estado latente en el tiempo  $t$ ,
- $\mathbf{F}$  es la matriz de transición de estado,
- $\epsilon_t$  es un ruido blanco con  $\epsilon_t \sim N(0, \mathbf{Q})$ .

- **Ecuación de observación:**

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t, \quad (3.25)$$

donde:

- $\mathbf{y}_t$  es el valor observado,
- $\mathbf{H}$  es la matriz de observación,

- $\mathbf{v}_t$  es ruido blanco con  $\mathbf{v}_t \sim N(0, \mathbf{R})$ .

El filtro de Kalman realiza estimaciones  $\mathbf{x}_t$  y predicciones  $\mathbf{x}_{t+1}$  de los valores faltantes utilizando las observaciones disponibles y el modelo de estado espacio. Este proceso se lleva a cabo en dos pasos:

1. **Predicción:** Se calcula el estado predicho:

$$\hat{\mathbf{x}}_t^- = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{t-1}, \quad (3.26)$$

y su covarianza:

$$\mathbf{P}_t^- = \mathbf{F}\mathbf{P}_{t-1}\mathbf{F}^\top + \mathbf{Q}.$$

2. **Actualización:** Se actualizan las predicciones con las nuevas observaciones disponibles, ajustando las estimaciones de los valores faltantes:

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \hat{\mathbf{x}}_t^- + \mathbf{K}_t(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_t^-), \quad (3.27)$$

donde  $\mathbf{K}_t$  es la ganancia de Kalman:

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t^- \mathbf{H}^\top (\mathbf{H}\mathbf{P}_t^- \mathbf{H}^\top + \mathbf{R})^{-1}.$$

La imputación de valores faltantes se realiza mediante las estimaciones obtenidas del filtro de Kalman, lo que permite generar una serie temporal completa y suavizada. Este enfoque es particularmente adecuado para series temporales que presentan patrones complejos y ruido, ya que el filtro de Kalman tiene la capacidad de manejar tanto valores faltantes aleatorios como estructurados. En el contexto de imputación, los valores faltantes en  $\mathbf{y}_t$  se estiman iterativamente mediante un procedimiento basado en la predicción y actualización de estados. Este proceso garantiza que las imputaciones sean coherentes con la estructura estadística subyacente de la serie, preservando tendencias y estacionalidades relevantes para análisis posteriores.

Como podemos observar en la Figura 3.8 que denota un ejemplo de una serie temporal con datos faltantes e imputados utilizando el método Filtro de Kalman. Se observa la serie original junto con los valores imputados, mostrando una reconstrucción suave y consistente con la dinámica de la serie. (Elaboración propia, simulación).

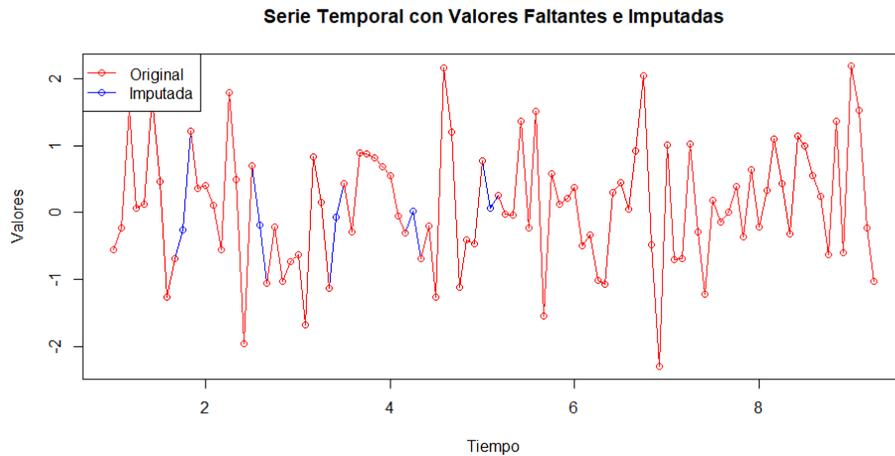


Figura 3.8: Ejemplo serie con datos faltantes e imputados con Filtro de Kalman.

### 3.3. Intervenciones y Datos Atípicos en Series Temporales.

#### 3.3.1. Análisis de Intervenciones

Las intervenciones en series temporales se refieren a eventos o cambios externos que afectan el comportamiento de la serie. Estos cambios pueden ser de naturaleza **permanente** o **transitoria**, y comprenderlos es crucial para modelar correctamente la serie y realizar predicciones precisas. Este análisis se basa en los cambios observados tras eventos como desastres naturales, políticas gubernamentales o crisis sanitarias (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

#### Tipos de Intervenciones

**1. Intervenciones Permanentes** Una intervención permanente provoca un cambio duradero en el nivel o la tendencia de la serie. Se representa mediante un cambio estructural que afecta a la serie a partir del tiempo  $t_0$ . El efecto puede modelarse como (Shumway y Stoffer, 2000):

$$X_t = \begin{cases} Y_t, & t < t_0, \\ Y_t + \delta, & t \geq t_0, \end{cases}$$

donde:

- $X_t$  es el valor observado de la serie,
- $Y_t$  es la serie original sin intervención,
- $\delta$  es el cambio permanente en el nivel de la serie.

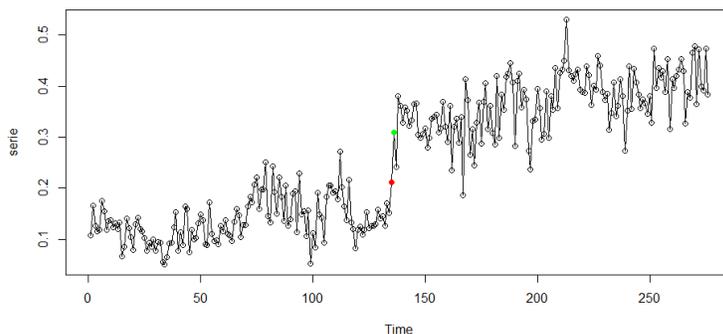


Figura 3.9: Ejemplo Intervención Permanente Pasta dentífrico Crest (Aneiros, 2024).

La Figura 3.9 representa un ejemplo de intervención permanente en la serie temporal relacionada con el impacto de la pasta dentífrica Crest. Se observa un cambio sostenido en la tendencia tras la intervención.

Ejemplos típicos de intervenciones permanentes incluyen cambios en la política de atención a emergencias, la implementación de un nuevo protocolo que afecta el tiempo de respuesta, y reformas estructurales en sistemas de transporte o salud. Estas intervenciones se reflejan en las figuras como un cambio abrupto y sostenido en el nivel de la serie, indicando un impacto duradero en el comportamiento observado.

**2. Intervenciones Transitorias** Una intervención transitoria introduce un cambio temporal en la serie que desaparece después de un período determinado. Este tipo de intervención puede modelarse mediante un decaimiento exponencial (Shumway y Stoffer, 2000):

$$X_t = \begin{cases} Y_t, & t < t_0, \\ Y_t + \delta e^{-\lambda(t-t_0)}, & t \geq t_0, \end{cases}$$

donde:

- $\lambda > 0$  es la tasa de decaimiento exponencial.

Ejemplos de intervenciones transitorias incluyen un pico en las emergencias médicas debido a un evento masivo, como un concierto, un aumento temporal de llamadas durante una tormenta tropical, o los efectos de corto plazo de una campaña publicitaria. En las figuras, estas intervenciones transitorias se manifiestan como picos o caídas abruptas, seguidas de un retorno gradual al nivel previo, lo que refleja su naturaleza de impacto temporal.

### Características de las Intervenciones en Series Temporales

**Identificación Visual:** Las intervenciones suelen identificarse visualmente mediante la inspección de gráficos de series temporales. Cambios abruptos en el nivel, tendencia o variabilidad son indicativos de posibles intervenciones.

**Análisis Estadístico:** Para confirmar una intervención, se puede realizar un análisis estadístico comparando la media o la varianza antes y después del tiempo  $t_0$ . Por ejemplo, se pueden aplicar pruebas de ruptura estructural (*breakpoint tests*) o análisis de cambio de régimen.

**Impacto en Modelos:** Las intervenciones afectan la estacionariedad de una serie. En el caso de intervenciones permanentes, es común observar una nueva tendencia o un cambio en el nivel promedio de la serie. Las intervenciones transitorias, por otro lado, introducen efectos que deben ser modelados explícitamente, especialmente en aplicaciones de predicción.

**Modelado de Intervenciones:** Las intervenciones pueden incorporarse en modelos como ARIMA o SARIMA mediante el uso de variables indicadoras (*dummy variables*) (Shumway y Stoffer, 2000), (Hyndman y Athanasopoulos, 2021):

$$X_t = \Phi(B)(1 - B)^d \Theta(B)Z_t + \delta I_t, \quad (3.28)$$

donde  $I_t$  es una variable indicadora que toma el valor 1 durante el período de intervención y 0 en caso contrario.

Comprender las intervenciones en series temporales es fundamental para garantizar la precisión y utilidad de los modelos predictivos. Las intervenciones pueden provocar cambios abruptos en los datos, ya sea como resultado de eventos inesperados o de modificaciones estructurales planificadas. Identificar las causas de estos cambios es crucial para evitar que los modelos interpreten erróneamente estas variaciones como parte de los patrones naturales de la serie. Además, una consideración adecuada de las intervenciones permite mitigar el riesgo de sesgos en las predicciones. Los modelos que no incorporan los efectos de las intervenciones tienden a generar estimaciones menos precisas, lo que puede impactar negativamente en la planificación y asignación de recursos en contextos críticos.

### 3.3.2. Detección de Datos Atípicos

Un valor atípico en una serie temporal es una observación que se desvía significativamente del comportamiento general de los datos. Estos puntos generalmente extremos pueden ser resultado de errores de registro, eventos inusuales, o cambios temporales en el sistema observado. Identificar y manejar adecuadamente los atípicos (*outliers*) es crucial, ya que pueden distorsionar el análisis y afectar la calidad de las predicciones (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

#### Tipos de Atípicos (*Outliers*)

En series temporales, los outliers se clasifican en varios tipos, según el contexto en el que ocurren y su impacto en la serie:

1. **Outlier Aditivo (AO):** Es un valor atípico que afecta un único punto de la serie. Y se modela como:

$$X_t = Y_t + \delta I(t = t_0), \quad (3.29)$$

donde:

- $Y_t$  es el valor de la serie sin atípicos *outliers*,
- $I(t = t_0)$  es una variable indicadora que toma el valor 1 si  $t = t_0$  y 0 en otro caso,
- $\delta$  es el tamaño del outlier.

Este tipo de outlier aparece como un pico aislado en la serie.

2. **Cambio de Nivel (Level Shift, LS):** Afecta el nivel de la serie de forma abrupta y persistente a partir de un tiempo  $t_0$ . Su representación matemática es:

$$X_t = Y_t + \delta I(t \geq t_0). \quad (3.30)$$

Este tipo de outlier es similar a una intervención permanente.

3. **Outlier de Innovación (IO):** Representa un cambio en el término de error ( $\epsilon_t$ ) que afecta indirectamente a varios puntos de la serie debido a la dinámica del modelo. Se modela como:

$$\epsilon_t = \epsilon_t + \delta I(t = t_0). \quad (3.31)$$

4. **Cambio Temporal (TC):** Afecta la serie de forma transitoria con un decaimiento gradual, que puede representarse como:

$$X_t = Y_t + \delta \rho^{t-t_0} I(t \geq t_0), \quad \rho \in (0, 1), \quad (3.32)$$

donde  $\delta$  representa la magnitud del cambio, la cantidad que la intervención añade o resta a  $Y_t$  y  $\rho$  controla la rapidez del decaimiento.

En la práctica, los valores atípicos se detectan analizando los **residuos** de un modelo ajustado a la serie temporal. Supongamos que tenemos un modelo ARIMA ajustado a la serie:

$$X_t = \Phi(B)(1 - B)^d \Theta(B) \epsilon_t, \quad (3.33)$$

donde  $\epsilon_t$  son los residuos o términos de error del modelo.

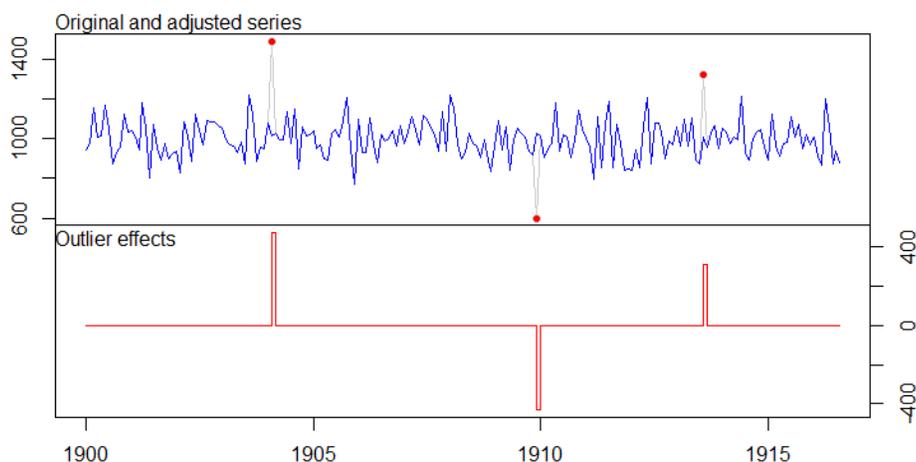


Figura 3.10: Ejemplo Serie original y ajustada de *Outliers* y su Efecto.

La Figura 3.10 nos ilustra una serie temporal y su ajuste tras la identificación y corrección de *outliers*. La figura inferior muestra los efectos de los *outliers* detectados en la serie.

**Criterio de Identificación:** Un outlier es identificado cuando los residuos ( $\epsilon_t$ ) se desvían significativamente de su distribución esperada. Para residuos estándar  $e_t = \epsilon_t/\hat{\sigma}$ , un valor atípico puede definirse como:

$$|e_t| > k,$$

donde  $k$  es un umbral comúnmente establecido en 3 (tres desviaciones estándar).

**Gráficos para la Detección:** Los gráficos de residuos y gráficos de autocorrelación (ACF) son herramientas clave para detectar patrones inusuales en los residuos, indicando posibles *outliers*.

#### Uso de PCA para Representación de Atípicos en Variables Exógenas.

Los modelos ARIMA son especialmente sensibles a los valores atípicos, ya que estos pueden alterar los coeficientes estimados y disminuir la capacidad predictiva. Sin embargo, como destacan [Stock y Watson \(2002\)](#) y [Bai y Ng \(2008\)](#), el uso de técnicas de reducción de dimensionalidad, como el análisis de componentes principales (PCA), puede ser una solución eficaz al identificar las principales direcciones de variabilidad en los datos, incluso en presencia de anomalías. Aunque estos trabajos no abordan explícitamente la incorporación de valores atípicos como variables exógenas montadas en componentes principales, sus enfoques metodológicos como la idea de emplear índices derivados para representar información relevante en modelos de series temporales. Los índices de difusión utilizados por [Stock y Watson \(2002\)](#) como regresores son un ejemplo claro de cómo capturar información clave para la predicción, lo cual puede extenderse a la representación de la influencia de valores atípicos mediante componentes principales. En este contexto, los valores atípicos se consideran observaciones exógenas cuya influencia es sintetizada por las principales componentes extraídas. Este enfoque no solo permite mitigar el impacto de anomalías individuales, sino que también enriquece el modelado ARIMA al integrar su efecto de manera eficiente. Así, el modelo resultante puede capturar tanto la dinámica temporal de la serie como el impacto de eventos atípicos en su comportamiento.

Sea  $\{y_t\}_{t=1}^T$  la serie temporal de interés. Los valores atípicos detectados en la misma se organizan en una matriz de datos exógenos  $\mathbf{X}$ , donde cada columna corresponde a un conjunto de *outliers* derivados

de diferentes niveles o perspectivas de la serie temporal. Es decir,

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} | & | & & | \\ X_1 & X_2 & \cdots & X_N \\ | & | & & | \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$

de dimensiones  $T \times N$ , donde cada fila  $X_t = (X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{N,t})$  representa las observaciones atípicas en el tiempo  $t$ . Para reducir la dimensionalidad y mitigar la influencia de los *outliers* extremos, se aplica PCA a  $\mathbf{X}$ , siguiendo el procedimiento propuesto por [Hyndman y Athanasopoulos \(2018\)](#).

Dada la matriz de covarianza (o correlación) de los datos  $\Sigma$  que se define como:

$$\Sigma = \frac{1}{T-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{X}.$$

El PCA se basa en resolver el problema de autovalores:

$$\Sigma \mathbf{v}_k = \lambda_k \mathbf{v}_k,$$

donde  $\lambda_k$  son los valores propios y  $\mathbf{v}_k$  los vectores propios asociados. Ordenando los valores propios en orden descendente, las componentes principales (PCs) se obtienen como:

$$\text{PC}_{k,t} = \mathbf{v}_k^\top X_t, \quad k = 1, \dots, K,$$

donde  $K < N$  es el número de componentes que se retienen para capturar un porcentaje significativo de la varianza, típicamente entre 80 % y 90 %. Estas componentes principales se integran como variables exógenas en el modelo ARIMAX que queda como resultante una expresión como:

$$y_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{k=1}^K \beta_k \text{PC}_{k,t} + \varepsilon_t,$$

donde  $\phi_i$  y  $\theta_j$  son los coeficientes autorregresivos y de media móvil, respectivamente, y  $\beta_k$  mide el impacto de las componentes principales en  $y_t$ . El término  $\varepsilon_t$  representa el error no explicado por el modelo.

La integración de *outliers* como variables exógenas representadas por PCA permite reducir la dimensionalidad al capturar la variabilidad esencial mediante unas pocas componentes principales; mitiga la influencia de los valores atípicos al representarlos como factores latentes que suavizan su impacto (no así como eliminarlos); mejora la robustez frente a la multicolinealidad, ya que las componentes principales no están correlacionadas, simplificando la estimación de parámetros; y contribuye a una mejor generalización al disminuir el riesgo de sobreajuste, lo que favorece una mayor capacidad predictiva del modelo.

Este enfoque, fundamentado en la literatura [Bai y Ng \(2008\)](#); [Hyndman y Athanasopoulos \(2018\)](#); [Stock y Watson \(2002\)](#), permite abordar de manera eficiente las dificultades asociadas con los valores atípicos, integrándolos como elementos clave en la modelización de series temporales.

### Diferencias entre Atípico (*Outliers*) e Intervenciones

Aunque los *outliers* y las intervenciones pueden parecer similares, tienen diferencias clave ([Chen y Liu, 1993](#)) que radican en aspectos como su duración, causa e impacto. En cuanto a la duración, un *outlier* es un evento puntual que afecta a un único punto o a unos pocos puntos de la serie, mientras que una intervención tiene un efecto más prolongado o estructurado, pudiendo manifestarse como un cambio en el nivel o en la tendencia de la serie. En relación con su causa, los *outliers* suelen ser anomalías inesperadas o errores que no guardan conexión evidente con eventos externos identificables. Por otro lado, las intervenciones están vinculadas con acontecimientos reconocibles, como la implementación de

una nueva política o la ocurrencia de un desastre natural. Finalmente, el impacto de estas dos categorías también difiere: un *outlier* afecta principalmente el análisis estadístico a través de los residuos, alterando temporalmente la interpretación de los datos, mientras que una intervención genera cambios más profundos en la estructura subyacente de la serie, modificando patrones como el nivel o la tendencia a lo largo del tiempo.

### 3.4. Predicciones en Series Temporales

La predicción (*forecasting*) en series temporales consiste en estimar los valores futuros de una serie a partir de los patrones observados en sus datos históricos. Este proceso es esencial en numerosas aplicaciones prácticas, como la gestión eficiente de recursos, la toma de decisiones estratégicas y la planificación operativa en contextos dinámicos. Matemáticamente, el *forecasting* se basa en un conjunto de datos históricos representado como  $\{X_t\}_{t=1}^n$ , y su objetivo principal es proyectar los valores futuros  $\{X_t\}_{t=n+1}^{n+h}$ , donde  $h$  denota el horizonte de predicción. Esta estimación permite anticipar comportamientos y preparar respuestas adecuadas, optimizando el uso de la información disponible para enfrentar desafíos futuros.

El proceso de predicción en series temporales se fundamenta en identificar y modelar tres componentes esenciales: la **tendencia**, que representa los cambios a largo plazo en el nivel promedio de la serie; la **estacionalidad**, que describe las fluctuaciones periódicas en los datos; y el **ruido aleatorio**, que captura las variaciones no explicadas e introduce incertidumbre. El propósito principal del forecasting es minimizar el error entre los valores reales y los estimados, garantizando así un modelo robusto y efectivo para la toma de decisiones. Valores Observados ( $X_t$ ) y los valores predichos ( $\hat{X}_t$ ) ( $\epsilon_t = X_t - \hat{X}_t$ ).

#### 3.4.1. Predicción Puntual en Procesos ARIMA( $p, d, q$ )

La predicción puntual en procesos ARIMA( $p, d, q$ ) se refiere a la estimación del valor futuro de una serie temporal con base en un modelo ajustado a sus datos históricos. Este enfoque considera lo visto en la Ecuación 3.12 (Shumway y Stoffer, 2000)

Dicho esto la predicción puntual para  $h$  pasos hacia adelante ( $X_{t+h}$ ) se obtiene utilizando las relaciones definidas por el modelo. Para series gaussianas, donde  $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , la predicción puntual es equivalente al valor esperado condicional:

$$\hat{X}_{t+h} = \mathbb{E}[X_{t+h} \mid X_t, X_{t-1}, \dots]. \quad (3.35)$$

Para procesos no gaussianos, el ruido  $\epsilon_t$  puede no seguir una distribución normal, lo que introduce una mayor incertidumbre en las predicciones y afecta la forma de los intervalos de predicción, como se discute más adelante.

#### Diagnóstico del Modelo

La etapa de diagnóstico es fundamental para garantizar la calidad de las predicciones generadas por un modelo ARIMA. Después de ajustar el modelo, es necesario validar ciertos supuestos clave para asegurar su adecuación. En primer lugar, los residuos ( $\epsilon_t$ ) deben comportarse como ruido blanco, es decir, deben ser independientes y no presentar autocorrelación significativa. Este comportamiento se verifica mediante herramientas estadísticas como la prueba de *Ljung-Box* (Hyndman y Athanasopoulos, 2021), que evalúa la presencia de autocorrelación significativa en los residuos, y el análisis visual de las funciones de autocorrelación simple (ACF) y parcial (PACF), que deben mostrar una ausencia de patrones estructurados o significativos.

Además, se considera importante verificar la normalidad de los residuos, lo que se puede evaluar mediante pruebas como la de Shapiro-Wilk o mediante el análisis visual de gráficos Q-Q, que permiten identificar desviaciones de la normalidad. (Aneiros, 2024)

En caso de que el modelo no cumpla con estos supuestos, es necesario reevaluar su especificación. Esto puede implicar ajustes en los órdenes  $p$ ,  $d$ , o  $q$ , o la consideración de transformaciones en los datos para estabilizar la varianza o corregir problemas de no estacionaridad. Este enfoque asegura que las predicciones sean robustas y fiables.

### Intervalos de Predicción

Los intervalos de predicción cuantifican la incertidumbre asociada a las predicciones puntuales. Para un horizonte de predicción  $h$ , el intervalo de predicción para  $X_{t+h}$  se calcula como:

$$\hat{X}_{t+h} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{X}_{t+h})}, \quad (3.36)$$

donde:

- $\hat{X}_{t+h}$  es la predicción puntual,
- $z_{\alpha/2}$  es el percentil de la distribución normal estándar para un nivel de confianza  $(1 - \alpha)$ ,
- $\text{Var}(\hat{X}_{t+h})$  es la varianza de la predicción.

La varianza de la predicción depende del modelo ajustado:

$$\text{Var}(\hat{X}_{t+h}) = \sigma^2 \sum_{j=1}^h \psi_j^2,$$

donde  $\psi_j$  son los coeficientes del polinomio MA representados en el modelo.

En series no gaussianas, el cálculo de los intervalos requiere considerar distribuciones más generales, como distribuciones t-Student o la realización de bootstrap, para capturar mejor la incertidumbre asociada al ruido  $\epsilon_t$ .

### Extensión a Modelos SARIMA

El proceso de predicción en modelos SARIMA sigue principios similares a ARIMA, pero incorpora componentes estacionales ([Aneiros, 2024](#)):

$$\Phi(B^s)(1 - B^s)^D \Phi(B)(1 - B)^d X_t = \Theta(B)\Theta(B^s)\epsilon_t, \quad (3.37)$$

donde:

- $s$  es el periodo de estacionalidad,
- $D$  es el orden de diferenciación estacional.

Los intervalos de predicción en SARIMA consideran tanto la varianza debida a la parte regular como la estacional, lo que puede incrementar la incertidumbre para horizontes largos.

### 3.4.2. Métodos Avanzados de Predicción en Series Temporales

Además de los modelos clásicos como ARIMA y SARIMA, se han desarrollado métodos más avanzados para abordar situaciones complejas en predicciones de series temporales. Estos métodos son especialmente útiles en casos de alta no linealidad, patrones estacionales complejos o grandes conjuntos de datos. A continuación, se describen algunos de estos enfoques ([Hyndman y Athanasopoulos, 2021](#)).

### Estacionalidad Compleja (Complex Seasonality)

En muchas aplicaciones, los patrones estacionales no se limitan a una periodicidad simple, sino que pueden implicar múltiples niveles de frecuencia estacional. Por ejemplo, es común observar estacionalidades combinadas, como la diaria y la semanal, o variabilidades más específicas en series temporales de comercio electrónico o transporte. Un enfoque avanzado para abordar esta estacionalidad compleja es la descomposición en múltiples frecuencias, que permite identificar y modelar patrones de comportamiento a diferentes escalas temporales, proporcionando una representación más precisa y detallada de los datos.

$$X_t = T_t + \sum_{j=1}^m S_t^{(j)} + \epsilon_t, \quad (3.38)$$

donde  $S_t^{(j)}$  representa la estacionalidad en la frecuencia  $j$ . Este enfoque puede integrarse en modelos como TBATS (Trigonometric, Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend and Seasonal components), descrito ampliamente en (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

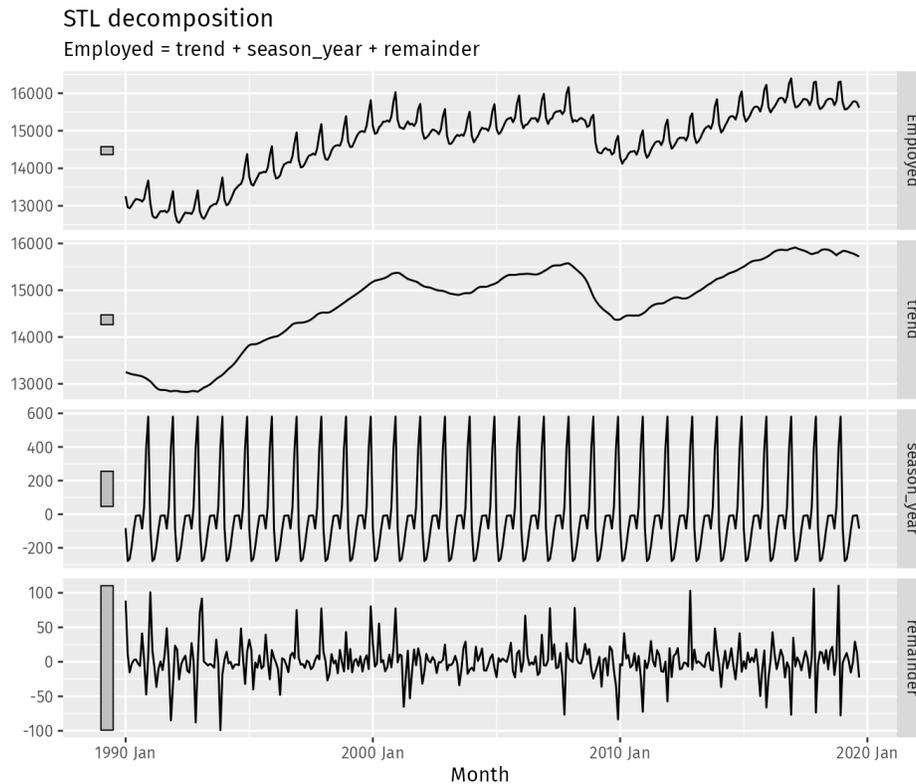


Figura 3.11: Descomposición STL con estacionalidad múltiple para los datos de volumen de llamadas (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

Tal como podemos ver en la Figura 3.11, podemos apreciar un ejemplo de Descomposición STL de los datos de volumen de llamadas con estacionalidad múltiple. La figura muestra la serie original, la tendencia, dos componentes estacionales (de distinta periodicidad) y el componente residual que representa las variaciones no explicadas por los otros componentes.

### Modelo Prophet

El modelo **Prophet**, desarrollado por Facebook, está diseñado para manejar series temporales con patrones no lineales, estacionalidades complejas y eventos especiales como feriados. Prophet descompone una serie temporal en tendencia, estacionalidad y efectos de días festivos. La tendencia se modela con líneas rectas segmentadas ajustadas en puntos de cambio mediante un modelo lineal o logístico. La estacionalidad se representa con una transformación de Fourier para capturar patrones periódicos como ciclos diarios, semanales o anuales. Los efectos de días festivos se modelan como variables categóricas con coeficientes que reflejan su impacto, permitiendo definir ventanas de influencia. La serie completa se expresa como (Taylor y Letham, 2017):

$$X_t = g(t) + s(t) + h(t) + \epsilon_t, \quad (3.39)$$

donde:

- La tendencia, representada por  $g(t)$ , se modela utilizando líneas rectas segmentadas (piecewise linear) (Fernández-Casal *et al.*, 2024) que se ajustan en puntos de cambio predeterminados o aprendidos por el modelo. En escenarios donde la serie presenta saturación, la tendencia también puede ser modelada de forma logística. Este enfoque permite capturar cambios abruptos o sostenidos en el comportamiento de la serie, como aumentos repentinos en la demanda o estabilizaciones graduales.
- La estacionalidad, denotada por  $s(t)$ , utiliza transformaciones de Fourier para identificar y modelar patrones periódicos de cualquier frecuencia. Esto incluye ciclos diarios, semanales o anuales, lo que es particularmente útil en series con comportamientos recurrentes complejos. Por ejemplo, en aplicaciones como predicción de tráfico en sitios web, donde los patrones de uso varían significativamente entre días laborables y fines de semana, esta componente captura dichos matices con precisión.
- Los efectos de eventos específicos, representados por  $h(t)$ , se incorporan como variables categóricas. Prophet permite definir ventanas de influencia para cada evento, lo que resulta especialmente relevante en series afectadas por festividades, promociones o eventos extraordinarios. Estos efectos se modelan mediante coeficientes que reflejan el impacto relativo de cada evento en la serie. (Subsección 3.3.2)
- $\epsilon_t$  que representa el error, capturando las variaciones no explicadas por los componentes anteriores. Este término asegura que el modelo pueda adaptarse a la incertidumbre inherente a los datos.

Prophet combina una estructura flexible con facilidad de uso, haciéndolo adecuado para aplicaciones prácticas como la predicción de demanda, el análisis de tráfico en plataformas digitales y la planificación logística. Su enfoque se adapta bien tanto a series con patrones regulares como a aquellas que presentan discontinuidades significativas. Como señala Taylor y Letham (2017), este modelo sobresale en escenarios donde los datos presentan estacionalidades complejas y patrones de tendencia que cambian a lo largo del tiempo. Además, comparado con otros métodos como ARIMA, Prophet destaca por su capacidad para incorporar eventos y estacionalidades de manera explícita, como se detalla en Hyndman y Athanasopoulos (2021).

### Modelos de Redes Neuronales (Neural Network Models)

Los **modelos de redes neuronales** han ganado popularidad en el ámbito del forecasting debido a su capacidad para capturar patrones no lineales y dinámicas complejas en las series temporales. Estas redes son particularmente útiles en escenarios donde las relaciones entre las variables no son triviales o donde existen múltiples factores interactuando de manera no lineal. Un modelo básico de red neuronal para predicciones univariantes se puede representar como:

$$\hat{X}_{t+1} = f(X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-p}), \quad (3.40)$$

donde  $f$  es una función no lineal aprendida mediante el proceso de entrenamiento de la red. En este contexto, el modelo utiliza  $p$  valores pasados de la serie para predecir el siguiente valor, adaptándose a la estructura temporal de los datos.

Las redes neuronales, en sus distintas variantes, han demostrado ser herramientas poderosas para modelar y predecir series temporales. Cada arquitectura tiene características únicas que se adaptan a diferentes tipos de problemas. A continuación, se presenta una expansión de sus fundamentos, incluyendo demostraciones matemáticas clave.

**1. Redes Neuronales Feedforward:** Las redes feedforward constituyen la base de muchas arquitecturas de redes neuronales modernas. Estas redes operan mediante la propagación de información en una única dirección, desde las capas de entrada, pasando por una o más capas ocultas, hasta llegar a la capa de salida. Cada capa está compuesta por nodos, denominados neuronas, que están conectados a las neuronas de la capa previa mediante pesos que se ajustan durante el proceso de entrenamiento. (Bishop, 1995)

Matemáticamente, una red feedforward con una capa oculta puede expresarse como:

$$\hat{y} = f\left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot X_i + b\right), \quad (3.41)$$

donde  $X_i$  son las entradas de la red,  $w_i$  los pesos asociados a cada entrada,  $b$  el sesgo, y  $f$  la función de activación que introduce no linealidad al modelo.

Durante el proceso de entrenamiento, los pesos y el sesgo se actualizan iterativamente utilizando algoritmos como el descenso de gradiente, con el objetivo de minimizar una función de error que mide la discrepancia entre las predicciones de la red y los valores reales. La función de activación  $f$  es crucial, ya que introduce no linealidad al modelo, permitiendo a la red capturar relaciones complejas en los datos. Ejemplos comunes de funciones de activación incluyen la función sigmoide, que comprime los valores entre 0 y 1, y la ReLU (Rectified Linear Unit), que mejora la convergencia del modelo al mantener los valores positivos y trunca los negativos a cero.

Aunque estas redes son útiles para capturar relaciones no lineales entre las variables, presentan limitaciones significativas al manejar dependencias temporales más largas en series temporales, ya que carecen de mecanismos internos para almacenar información de estados anteriores. Esto las hace más adecuadas para tareas estáticas o con dependencia temporal limitada.

**2. Redes Recurrentes (RNN):** Las redes recurrentes (RNN, por sus siglas en inglés) son una clase de redes neuronales diseñadas específicamente para manejar datos secuenciales, como series temporales. Su característica distintiva es la introducción de conexiones recurrentes, lo que permite que la red conserve información sobre estados anteriores y la utilice para generar predicciones actuales. Esto las hace especialmente adecuadas para modelar dependencias temporales (Elman, 1990) en datos que cambian con el tiempo.

Matemáticamente, la salida de una RNN en un instante  $t$  se define como:

$$h_t = \sigma(W_h \cdot h_{t-1} + W_x \cdot X_t + b), \quad (3.42)$$

donde  $h_t$  es el estado oculto en el instante  $t$ ,  $W_h$  y  $W_x$  son matrices de pesos para los estados previos y las entradas actuales,  $b$  es el sesgo, y  $\sigma$  es una función de activación que introduce no linealidad, como la tangente hiperbólica (tanh).

El estado oculto  $h_t$  actúa como una memoria que transporta información desde pasos previos en la secuencia. Esto permite que la RNN capture dependencias temporales más largas que las redes feedforward tradicionales, ya que cada cálculo de  $h_t$  depende no solo de la entrada actual  $X_t$ , sino también del estado oculto previo  $h_{t-1}$ .

En términos prácticos, las RNN se entrenan utilizando algoritmos como el *backpropagation through time* (BPTT), que es una extensión del algoritmo de retropropagación adaptado para manejar la naturaleza secuencial de los datos. Sin embargo, las RNN estándar enfrentan desafíos significativos, como el desvanecimiento o explosión del gradiente, que ocurren durante el proceso de entrenamiento cuando los gradientes se vuelven demasiado pequeños o demasiado grandes. Esto limita su capacidad para aprender dependencias temporales que abarcan muchos pasos en la secuencia.

Para superar estos problemas, se han desarrollado variantes como las redes LSTM (*Long Short-Term Memory*) y GRU (*Gated Recurrent Units*), que incorporan mecanismos específicos para retener y filtrar información a lo largo del tiempo, mejorando la capacidad de las redes recurrentes para manejar dependencias a largo plazo.

**3. Long Short-Term Memory (LSTM):** Las Long Short-Term Memory (LSTM) son una variante de las redes neuronales recurrentes (RNN) diseñadas para superar problemas asociados con el desvanecimiento o explosión del gradiente durante el entrenamiento, lo que permite capturar dependencias a largo plazo en datos secuenciales. La innovación clave de las LSTM radica en la incorporación de una celda de memoria que puede retener información a través de múltiples pasos temporales y está controlada por tres mecanismos denominados puertas: puerta de entrada, puerta de olvido y puerta de salida. (Hochreiter y Schmidhuber, 1997)

Matemáticamente, la actualización del estado de la celda en un instante  $t$  está definida por las siguientes expresiones:

$$c_t = f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot \tilde{c}_t, \quad (3.43)$$

$$h_t = o_t \odot \tanh(c_t), \quad (3.44)$$

En este contexto:

- La puerta de olvido  $f_t$  controla qué parte de la información almacenada previamente en el estado de la celda  $c_{t-1}$  debe descartarse. Se calcula como:

$$f_t = \sigma(W_f \cdot [h_{t-1}, X_t] + b_f).$$

- La puerta de entrada  $i_t$  determina qué parte de la nueva información propuesta, representada por el estado candidato  $\tilde{c}_t$ , debe incorporarse al estado de la celda. La puerta de entrada y el estado candidato se calculan como:

$$i_t = \sigma(W_i \cdot [h_{t-1}, X_t] + b_i), \quad \tilde{c}_t = \tanh(W_c \cdot [h_{t-1}, X_t] + b_c).$$

- La puerta de salida  $o_t$  regula cuánto del estado actualizado de la celda  $c_t$  debe transmitirse al siguiente paso temporal como salida. Su cálculo es:

$$o_t = \sigma(W_o \cdot [h_{t-1}, X_t] + b_o).$$

En las expresiones anteriores:

- $h_{t-1}$  representa el estado oculto del paso previo.
- $X_t$  es la entrada actual.
- $W_f, W_i, W_c, W_o$  son matrices de pesos, mientras que  $b_f, b_i, b_c, b_o$  son sesgos asociados a las respectivas puertas.
- $\sigma$  denota la función sigmoide, y  $\tanh$  es la tangente hiperbólica.
- $\odot$  representa la multiplicación elemento a elemento.

El diseño de las LSTM permite manejar eficientemente la información relevante a través del tiempo. Por ejemplo, en un análisis de series temporales, las LSTM pueden retener patrones relacionados con estacionalidad o tendencias a largo plazo mientras responden rápidamente a cambios en los datos. La celda de memoria  $c_t$  almacena información acumulada, y las puertas controlan de manera dinámica cómo esa información se actualiza o se utiliza.

En la práctica, las LSTM se han aplicado con éxito en diversos dominios, como predicción de demanda, análisis financiero y procesamiento de lenguaje natural, debido a su capacidad de capturar dependencias temporales complejas y patrones no lineales en los datos.

**4. Neural Networks con Resilient Backpropagation (RPROP):** El algoritmo Resilient Backpropagation (RPROP) es un método de optimización ampliamente utilizado en redes neuronales para ajustar los pesos de forma eficiente durante el entrenamiento. Este algoritmo mejora el desempeño del descenso de gradiente estándar al centrarse únicamente en la dirección del gradiente, es decir, en su signo, ignorando su magnitud. De esta manera, se evita que gradientes extremadamente pequeños o grandes afecten el proceso de actualización de los pesos (Riedmiller, 1994).

La regla de actualización de los pesos en RPROP se expresa matemáticamente como:

$$w_{i,t+1} = w_{i,t} - \eta \cdot \text{sign} \left( \frac{\partial E}{\partial w_{i,t}} \right), \quad (3.45)$$

donde:

- $w_{i,t}$  representa el peso actual de la red en el instante  $t$ ,
- $\eta$  es el tamaño del paso o factor de ajuste, que se adapta dinámicamente,
- $\frac{\partial E}{\partial w_{i,t}}$  es el gradiente del error  $E$  respecto al peso  $w_i$ ,
- $\text{sign}$  indica la dirección del gradiente, tomando valores de  $+1$  o  $-1$ .

El principal beneficio es su capacidad para resolver problemas asociados con gradientes extremadamente pequeños o grandes, que son comunes en redes profundas o datos complejos. En lugar de depender de la magnitud del gradiente, RPROP utiliza actualizaciones adaptativas que aceleran la convergencia al ajustar dinámicamente el tamaño del paso en función del comportamiento previo del gradiente. Esto permite que el algoritmo sea robusto y eficiente incluso en problemas con alta dimensionalidad, como el análisis de series temporales.

En el contexto de series temporales, RPROP es particularmente útil cuando los datos presentan patrones no lineales o ruidosos, ya que el algoritmo minimiza el error de predicción mientras evita oscilaciones en los valores de los pesos. Su rápida convergencia lo convierte en una opción ideal para modelos donde se busca un equilibrio entre precisión y eficiencia computacional. Además, RPROP puede integrarse fácilmente con arquitecturas avanzadas, como redes neuronales recurrentes o LSTM, para mejorar el desempeño en tareas de forecasting (Riedmiller, 1994).

En fin estas arquitecturas permiten modelar relaciones no triviales en las series temporales y ofrecen flexibilidad para adaptarse a diferentes contextos y datos. Sin embargo, la selección de la arquitectura adecuada depende de las características específicas de la serie temporal, como la estacionalidad, la complejidad de las interacciones entre las variables y la longitud del horizonte de predicción. Adicionalmente, el proceso de entrenamiento, que incluye la normalización de datos y la selección de hiperparámetros, juega un papel crucial en el desempeño del modelo final. (Shumway y Stoffer, 2000)

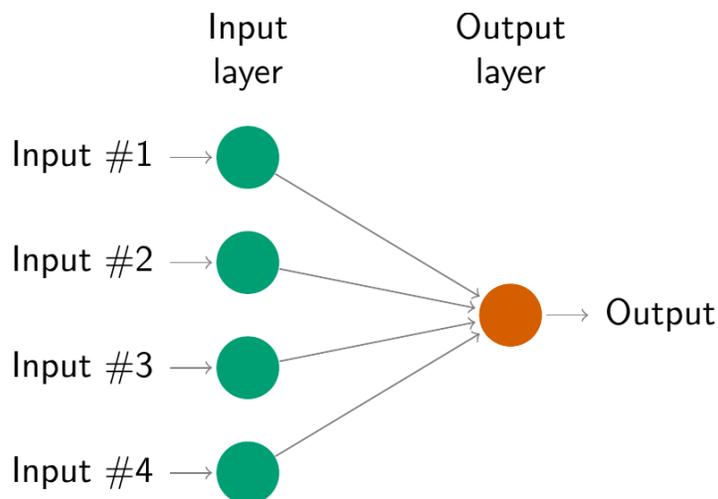


Figura 3.12: Red Neuronal simple equivalente a una Regresión Lineal (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

En ejemplo sería la Figura 3.12 que da una representación de una red neuronal simple con una capa de entrada y una capa de salida, equivalente a una regresión lineal (Hyndman y Athanasopoulos, 2021) o la Figura 3.13, donde podemos ver lo que se conoce como una red de alimentación hacia adelante de múltiples capas, donde cada capa de nodos recibe entradas de las capas anteriores. Las salidas de los nodos en una capa son las entradas para la siguiente capa. Las entradas de cada nodo se combinan utilizando una combinación lineal ponderada.

Las redes neuronales son particularmente útiles en series con alta complejidad y no linealidad, aunque requieren grandes cantidades de datos para entrenarse de manera efectiva (Shumway y Stoffer, 2000).

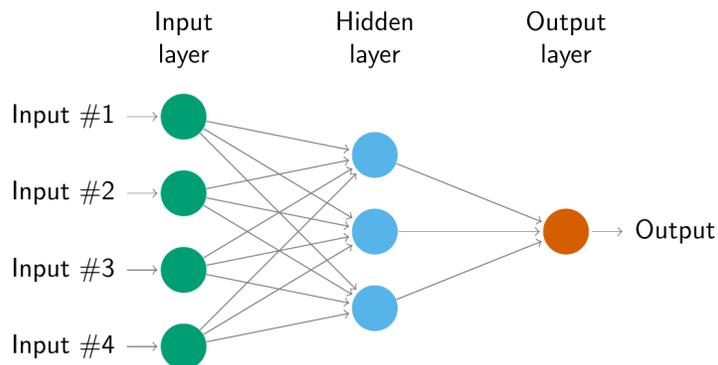


Figura 3.13: Una red neuronal con cuatro entradas y una capa oculta con tres neuronas ocultas (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

### Bootstrap en Series Temporales

El **bootstrap** es una técnica no paramétrica ampliamente utilizada para estimar la distribución de un estadístico mediante remuestreo con reemplazo. En el contexto de las series temporales, el objetivo principal del bootstrap es generar intervalos de predicción y realizar inferencias robustas sin depender de supuestos estrictos sobre la distribución de los datos. Dado que las series temporales poseen una estructura de dependencia temporal, aplicar el bootstrap directamente sobre las observaciones puede

romper esta dependencia, lo que llevaría a estimaciones sesgadas. Por ello, se han desarrollado variantes específicas para este tipo de datos.

Una de las aproximaciones más utilizadas es el *moving block bootstrap* (MBB), donde la serie se divide en bloques consecutivos de tamaño fijo que preservan la dependencia temporal dentro de cada bloque. Matemáticamente, los bloques se definen como (Efron, 1979):

$$\{X_1, X_2, \dots, X_k\}, \{X_2, X_3, \dots, X_{k+1}\}, \dots, \{X_{n-k+1}, X_{n-k+2}, \dots, X_n\},$$

donde  $k$  es el tamaño del bloque. Estos bloques son reordenados aleatoriamente con reemplazo para construir nuevas series sintéticas, asegurando que se mantenga la estructura de dependencia temporal.

El funcionamiento general del bootstrap en series temporales se puede resumir en los siguientes pasos:

1. Dividir la serie original en bloques de tamaño  $k$ , ya sean de longitud fija o variable.
2. Remuestrear estos bloques con reemplazo para generar nuevas series sintéticas.
3. Ajustar el modelo deseado (como ARIMA o Prophet) a cada una de estas series sintéticas.
4. Calcular el estadístico de interés (por ejemplo, la predicción) para cada réplica.
5. Construir intervalos de predicción o estimar la distribución del estadístico a partir de las réplicas.

El bootstrap en series temporales, particularmente el *moving block bootstrap* y el *stationary bootstrap*, son una herramienta poderosa para generar intervalos de predicción y evaluar modelos en presencia de dependencia temporal. Su implementación cuidadosa permite obtener inferencias robustas, especialmente en contextos donde los supuestos clásicos no se cumplen como normalidad en los residuos.

Una de las principales ventajas del método bootstrap es que no exige suposiciones estrictas sobre el proceso generador de los datos, aunque para garantizar propiedades asintóticas puede requerir algunas hipótesis, generalmente menos restrictivas que las de otros enfoques. Además, su implementación en ordenador es relativamente simple en comparación con otros métodos más complejos. No obstante, su principal desventaja radica en la elevada demanda computacional, ya que se basa en procedimientos intensivos de simulación mediante el método de Monte Carlo. (Abad y Casal, 2022)

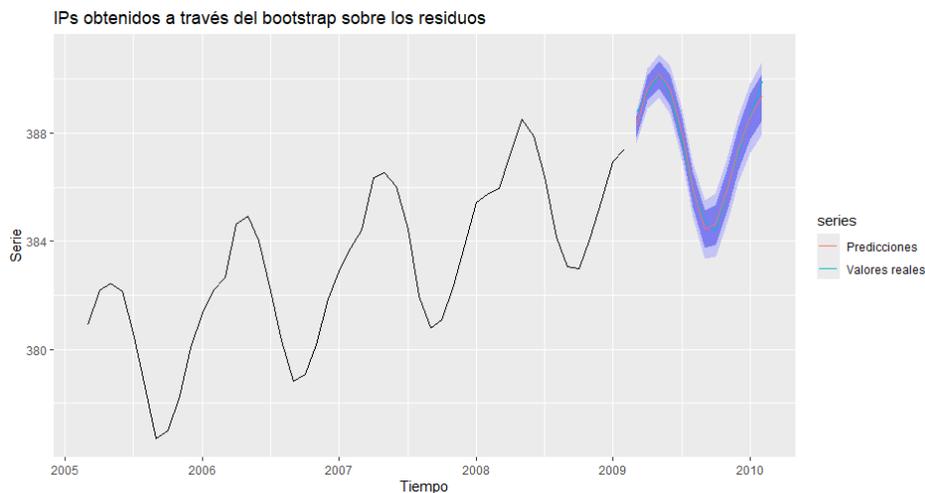


Figura 3.14: Ejemplo Predicción SARIMA por Bootstrap (Aneiros, 2024).

Este procedimiento se ve ilustrado en la Figura 3.14 donde vemos un ejemplo de predicción con un modelo SARIMA utilizando el método bootstrap sobre los residuos. La figura incluye las predicciones y los intervalos de predicción (Aneiros, 2024).

### 3.4.3. Métricas de Evaluación de Predicciones

Para evaluar la precisión de las predicciones en series temporales, se utilizan métricas como el *Mean Absolute Error (MAE)*, el *Root Mean Squared Error (RMSE)*, y el *Mean Absolute Scaled Error (MASE)*. Estas métricas se prefieren debido a sus propiedades estadísticas y su capacidad para proporcionar información relevante sobre el desempeño del modelo, especialmente en aplicaciones prácticas como las predicciones en sistemas de emergencia.

**Mean Absolute Error (MAE)** El MAE mide el promedio de los errores absolutos entre los valores reales y las predicciones:

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |X_t - \hat{X}_t|, \quad (3.46)$$

donde  $X_t$  es el valor real y  $\hat{X}_t$  es el valor predicho.

El **MAE** presenta varias ventajas importantes en el análisis de series temporales. Una de sus principales fortalezas es que tiene la misma unidad que los datos originales, lo que facilita su interpretación y comprensión. Además, es menos sensible a valores extremos en comparación con el RMSE, lo cual resulta particularmente útil, cuando se producen picos de que suelen generar valores atípicos (*outliers*). Sin embargo, el MAE también tiene sus limitaciones. Al no penalizar de manera desproporcionada los errores grandes, podría subestimar el impacto de eventos extremos en algunas aplicaciones, por lo que los datos que pudieran afectar la métrica se tendrían que detectar y estimar (Subsección 3.3.2) lo que podría ser un factor crítico dependiendo del propósito del análisis (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

**Root Mean Squared Error (RMSE)** El RMSE calcula la raíz cuadrada de la media de los errores al cuadrado:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \hat{X}_t)^2}. \quad (3.47)$$

Este tiene varias ventajas significativas en el análisis de series temporales. Una de sus principales características es que penaliza de manera más fuerte los errores grandes, lo cual es especialmente relevante en escenarios donde los valores extremos tienen un impacto considerable. Además, el RMSE está relacionado con la varianza del error y, para datos gaussianos, es estadísticamente óptimo bajo el enfoque de mínimos cuadrados.

Sin embargo, el RMSE también presenta limitaciones. Su sensibilidad a *outliers* puede distorsionar los resultados si existen anomalías en los datos, lo que podría reducir su efectividad en contextos donde los datos no están bien distribuidos o contienen valores atípicos significativos (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

**Mean Absolute Scaled Error (MASE)** El MASE es una métrica escalada y ajustada, diseñada específicamente para series temporales. Se define como:

$$\text{MASE} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |X_t - \hat{X}_t|}{\frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n |X_t - X_{t-1}|}. \quad (3.48)$$

El **MASE** ofrece ventajas notables para el análisis de series temporales. En primer lugar, permite comparar modelos y series que se encuentran en diferentes escalas, lo que lo hace especialmente útil en contextos con datos heterogéneos. Además, evalúa el desempeño del modelo en relación con un modelo de referencia simple, como un modelo ingenuo, proporcionando una perspectiva adicional sobre la eficacia del modelo utilizado. También es menos sensible a las diferencias de escala o variabilidad entre series, lo que refuerza su utilidad en escenarios con múltiples conjuntos de datos (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

No obstante, el MASE presenta una limitación importante: su interpretación puede ser más compleja en comparación con métricas más directas como el MAE, lo que podría dificultar su aplicación en algunos contextos prácticos.

**Mean Absolute Percentage Error (MAPE)** El (MAPE) es una métrica ampliamente utilizada para evaluar la precisión de los modelos predictivos, especialmente en series temporales. Se define como:

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{X_t - \hat{X}_t}{X_t} \right| \cdot 100 \quad (3.49)$$

donde:

- $X_t$  es el valor real en el tiempo  $t$ ,
- $\hat{X}_t$  es el valor predicho en el tiempo  $t$ ,
- $n$  es el número total de observaciones.

El MAPE es una métrica que destaca por su interpretación intuitiva, ya que se expresa como un porcentaje, lo que facilita su comprensión incluso para audiencias no técnicas. Además, al ser adimensional, permite la comparación de la precisión de modelos en diferentes escalas o unidades, lo que lo hace versátil en una amplia variedad de contextos. Otra característica importante es su capacidad para identificar errores relativos entre los valores reales y los predichos, lo que resulta especialmente útil cuando las proporciones son más relevantes que los valores absolutos. Sin embargo, el MAPE no está exento de limitaciones. Es susceptible a un sesgo hacia valores pequeños, ya que para valores reales cercanos a cero puede generar errores desproporcionadamente grandes, comprometiendo su utilidad en estas situaciones. También presenta asimetría en la penalización de errores, castigando de manera desigual las sobreestimaciones y subestimaciones, lo que puede influir en la evaluación del modelo (Hyndman y Athanasopoulos, 2021).

Las métricas de error como el MAE, RMSE, MASE y MAPE son herramientas esenciales para evaluar el desempeño de los modelos de series temporales. Sin embargo, debido a la dependencia inherente entre las observaciones consecutivas, los métodos tradicionales de validación cruzada, como el k-fold aleatorio, no son adecuados para este tipo de datos. Hyndman y Athanasopoulos (2021) resalta la importancia de emplear enfoques que respeten la estructura temporal de los datos, como la validación cruzada en series temporales (*Time Series Cross-Validation, TSCV*), para garantizar una evaluación robusta y evitar sesgos.

#### Validación Cruzada con Series de Tiempo:

El TSCV utiliza divisiones progresivas que reflejan el flujo temporal de los datos. Este método comienza definiendo una ventana inicial de entrenamiento que contiene las primeras observaciones de la serie. El modelo se entrena utilizando esta ventana inicial y se evalúa en un conjunto de validación inmediatamente posterior. Posteriormente, la ventana de entrenamiento se expande sucesivamente para incluir datos adicionales (esquema de ventana creciente) (Hyndman y Athanasopoulos, 2021) o se desplaza manteniendo un tamaño fijo (esquema de ventana móvil). Este proceso se repite hasta que toda la serie haya sido utilizada, generando múltiples evaluaciones independientes.

Una variación destacada es la exclusión de bloques enteros, como años completos, durante el proceso de validación. Hyndman y Athanasopoulos (2021) enfatiza que este enfoque es especialmente útil en series con estacionalidad fuerte, ya que permite evaluar cómo el modelo maneja patrones fuera del rango de entrenamiento. Por ejemplo, al excluir un año completo, se simula la capacidad del modelo para predecir ciclos estacionales futuros sin haber sido influenciado por datos previos de ese mismo periodo. Este método es particularmente valioso para identificar la capacidad del modelo de generalizar

en contextos reales.

El uso de TSCV ajustado a bloques temporales tiene un impacto significativo en la calidad de las métricas de error. El **MAE** y el **RMSE** tienden a reflejar de manera más precisa el desempeño del modelo en datos no vistos. Por su parte, el **MASE**, al comparar el modelo con un pronóstico ingenuo, permite evaluar la efectividad relativa del modelo en la predicción de datos estacionales. Aunque el **MAPE** sigue siendo una métrica útil, puede ser más volátil en series con valores cercanos a cero, lo que refuerza la necesidad de usar métricas complementarias para obtener una evaluación completa.

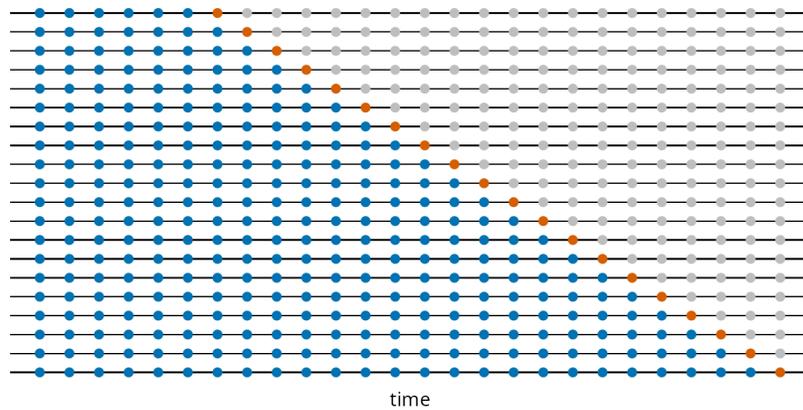


Figura 3.15: Diagrama ilustrativo Training and Test Set. (Hyndman y Athanasopoulos, 2021)

La Figura 3.15 ilustra la serie de conjuntos de entrenamiento y prueba, donde las observaciones azules forman los conjuntos de entrenamiento, y las observaciones naranjas forman los conjuntos de prueba.

# Capítulo 4

## Datos

Por medio del siguiente capítulo se interesa describir los datos utilizados, los mismos correspondientes a datos libre acceso. Por igual se buscará transmitir la forma de agrupamiento de los datos para con el Capítulo 5 que tratará sobre los resultados y la explotación de lo que en este capítulo describiremos. Hablaremos por igual de la preparación de estos datos en la R para poder ser procesados de misma manera se procurará la realización de un análisis exploratorio para mejor comprensión de estos.

### 4.1. Origen y Descripción de los Datos

Los datos que serán utilizados provienen de bases de datos gubernamentales, esto previamente extraído en ficheros .xlsx que permiten su explotación a las instituciones pertinente y al público si fuera requerido por los mismo. Dichos datos son de abierto, llámese pueden ser solicitados a la Institución pertinente.

La base de datos recoge las asistencias diarias de llamadas al Sistema Nacional de Atención a Emergencias y Seguridad 911 de la República Dominicana, dicho sistema integra las instituciones que dan soporte para hacer frente a dichos eventos. En el trabajo siguiente se toman las asistencias que llegan para ser atendidas por la DAEH, La Dirección de Atención a Emergencias extra-hospitalarias, la cual tiene la responsabilidad de hacer llegar unidades de ambulancia a cada uno de estos pedidos de auxilio.

Dicha data recolectada a nivel de línea, osea cada llamado de emergencia es un registro de toma TimeStamp (Marca Horaria), de cada paso del evento desde su llamada a su finalización que puede devenir en un traslado a hospital o simplemente una asistencia in situ.

ada registro que llega al sistema consta de las siguientes variables:

- **Fecha y hora de llamada contestada:** Indica la fecha y hora exacta a la que la llamada entra al número único de atención a emergencias.
- **Fecha y hora de creación de evento:** Marca el momento en el que, tras ser clasificada como un evento (y no una llamada broma), se traslada la información a los operadores expertos que gestionan la emergencia.
- **Event ID:** Un identificador alfanumérico que identifica el PSAP que está atendiendo la emergencia y registra como parte de su nomenclatura el día en el cual fue tomada la llamada.
- **Tipo de evento:** Clasificación general del tipo de emergencia, por ejemplo: accidente de tránsito, desmayo, entre otros.
- **Sub tipo 1:** Primera granularidad del tipo de evento, por ejemplo: accidente de tránsito - motocicletas.

- **Sub tipo 2:** Segunda granularidad del tipo de evento, por ejemplo: accidente de tránsito - motocicletas - trauma en extremidades.
- **Sub tipo 3:** Tercera granularidad del tipo de evento, por ejemplo: accidente de tránsito - motocicletas - trauma en extremidades - amputamiento.
- **Ubicación:** \*\*\*\*\* (detalle reservado).
- **Zona:** Zona geosocial definida administrativamente para la organización del sistema.
- **Unidad:** Código alfanumérico que identifica el vehículo de emergencia, como las unidades de ambulancia asignadas al evento.
- **Código de finalización:** Define cómo terminó el evento, por ejemplo: traslado a hospital, asistencia en lugar, rehusó al traslado, entre otros.
- **Desde llamada contestada hasta creación:** Marca temporal en horas, minutos y segundos desde que se contestó la llamada hasta que se creó el evento.
- **Desde creación hasta despacho de unidad:** Marca temporal en horas, minutos y segundos desde la creación del evento hasta el despacho de una unidad al evento.
- **Desde despacho de unidad hasta llegada a escena:** Marca temporal en horas, minutos y segundos desde el despacho de una unidad hasta su llegada a la escena del evento.
- **Desde llegada a escena hasta cierre:** Marca temporal en horas, minutos y segundos desde la llegada a la escena hasta el cierre del evento con el código de finalización correspondiente.
- **Desde creación hasta cierre:** Marca temporal en horas, minutos y segundos desde la creación hasta el cierre del evento.
- **Desde llamada contestada hasta cierre:** Marca temporal en horas, minutos y segundos desde que se contestó la llamada hasta que se cerró el evento.
- **Rango de creación a despacho de unidad:** Determina si el tiempo transcurrido desde la creación hasta el despacho de la unidad está dentro de los valores especificados para control de calidad.
- **Rango de despacho de unidad a llegada al evento:** Determina si el tiempo desde el despacho de la unidad hasta su llegada al evento está dentro de los valores especificados para control de calidad.
- **Estatus:** Define el estado del caso en el sistema CRM. Este campo contiene valores cerrados en todos los registros.
- **Prioridad:** Según los estándares de la OMS, define la prioridad del evento:
  - 1: Emergencias que requieren una ambulancia de soporte vital avanzado.
  - 2: Emergencias que requieren una ambulancia de soporte vital básico.
- **Hospitales:** Centro de salud público o privado al que fue trasladado el paciente.
- **Hora del día:** Número de la hora del día en la que se atendió la emergencia.
- **Día:** Número del día en que se atendió el evento.
- **Mes:** Número del mes en que se atendió el evento.
- **Año:** Número del año en que se atendió el evento.

- **PSAP:** Toma dos valores posibles:
  - **PSAP - Metro:** Edificio encargado de la toma de llamadas en la región metropolitana.
  - **PSAP - Norte:** Edificio encargado de la toma de llamadas en la región norte.
- **Región:** Región geopolítica desde donde se realizó la llamada de asistencia.

En la actualidad el sistema tiene un alcance a unas 10.240.145 personas de las 10.771.504 total que tiene la República Dominicana, esto constituye un 95 % cobertura nacional, lo que deja por fuera las 7 provincias fronterizas en listadas en el Anexo, Tabla A4, que sería un 5 % de la población.

Actualmente, el Sistema 911 tiene un alcance del 95 % de la población de la República Dominicana, cubriendo aproximadamente 10,240,145 personas de un total de 10,771,504 habitantes. Sin embargo, este sistema deja fuera a las siete provincias fronterizas detalladas en el Anexo, Tabla A4, representando un 5 % de la población, es decir, 531,359 personas. Esta brecha resalta la necesidad de priorizar futuras expansiones para garantizar una cobertura completa.

En términos de cobertura por PSAP, se observa una marcada concentración poblacional en las provincias bajo el PSAP Metro (Anexo, Tabla A2), que cubre a 7 provincias con una población total de 5,973,516 personas. Esto representa el 58.4 % del total poblacional cubierto por el sistema. Destaca Santo Domingo (Capital del país), con una población de 3,798,698, que constituye el 63.6 % del PSAP Metro y el 37.1 % de la cobertura nacional del Sistema 911. Este dato subraya la importancia operativa y logística de esta región en el sistema.

Por otro lado, el PSAP Norte (Anexo, Tabla A3) abarca 17 provincias, sumando una población total de 4,266,629 personas, lo que equivale al 41.6 % de la cobertura nacional. Santiago, con una población de 1,074,679 (Segunda capital del país), representa el 25.2 % del PSAP Norte y el 10.5 % de la cobertura nacional. Aunque el PSAP Norte cubre más provincias que el Metro, su distribución poblacional es menos concentrada, lo que puede implicar mayores desafíos logísticos y operativos.

En contraste, las provincias sin cobertura (Anexo, Tabla A4) presentan una población significativamente menor, representando apenas el 5 % de la población nacional. Monte Cristi es la provincia con mayor población en esta categoría, con 123,519 habitantes, mientras que Pedernales tiene la menor población, con 34,375 personas. Estas provincias, al encontrarse en áreas fronterizas, plantean desafíos adicionales que podrían estar relacionados con su baja densidad poblacional y su ubicación geográfica.

## 4.2. Preparación y Análisis Exploratorio de Datos

Los datos utilizados en este estudio provienen de registros históricos del sistema 911 en la República Dominicana, que abarcan desde mediados de 2021 hasta junio de 2024. Antes de su análisis, los datos fueron procesados para eliminar duplicados, corregir inconsistencias y abordar valores faltantes mediante técnicas de imputación. A continuación, se presenta un diagrama de flujo que detalla el proceso de preparación y análisis exploratorio de los datos, desde la recolección inicial hasta su uso en los modelos predictivos.

1. **Raw Data (Datos Crudos):** El primer paso consiste en recolectar los datos desde los reporte del Sistema 911 brindamos por ellos. Estos datos, generalmente en su forma bruta, pueden contener inconsistencias como valores faltantes, registros duplicados o formatos heterogéneos que requieren preprocesamiento.
2. **Análisis Descriptivo:** Una vez los datos están disponibles en un formato legible, se procede al análisis descriptivo. Este incluye cálculos básicos. Esta etapa permite identificar patrones generales, tendencias y posibles anomalías.
3. **Detección y Tratamiento de Datos Faltantes:** Es común que en las series temporales existan valores ausentes debido a fallos en los sistemas de captura o condiciones externas. Este paso busca mantener la consistencia estadística y minimizar el sesgo introducido por las ausencias.

4. **Ajuste de Parámetros para el Modelo:** Con los datos pre-procesados, se inicia el ajuste de modelos predictivos, previo a la validación de los mismos por test visuales y estadísticos.
5. **Identificación de Atípicos e Inclusión de su Efecto en el Modelo:** En esta etapa, se identifican anomalías integrando los efectos al modelo asegurando que el modelo sea robusto frente a estas perturbaciones.
6. **Predicciones:** Con el modelo ajustado y validado, se procede a realizar predicciones para horizontes definidos. Midiendo su robustez por métricas así evaluar la precisión de las predicciones en distintos periodos.
7. **Conclusiones:** Finalmente, se analizan los resultados obtenidos para extraer conclusiones sobre el desempeño del modelo y su utilidad práctica.

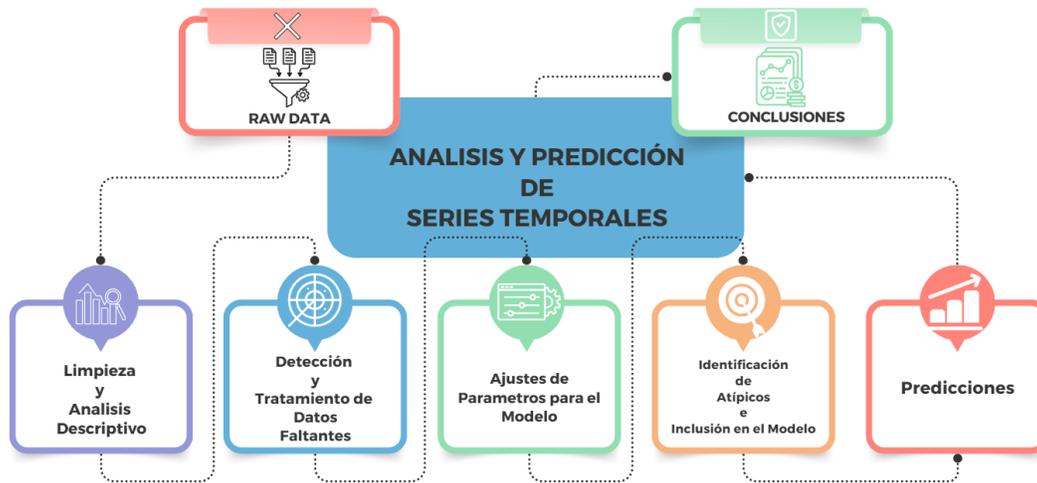


Figura 4.1: Diagrama de Flujo Análisis y Predicción de Series Temporales.

Cada fila (Registro) del conjunto de datos representa una asistencia individual registrada en el Sistema 911, y por ende una ambulancia despachada y una asistencia que tuvo que ser prestada por la DAEH. Dado que pueden ocurrir cientos de asistencias en un día, y el enfoque del análisis será en el componente temporal diario; Los datos serán agregados a nivel de día, obteniendo el número total de asistencias por fecha (Día). Esta transformación permite trabajar con una serie temporal diaria que facilita la detección de patrones como tendencias, estacionalidades y atípicos que podrán variar según veamos en estudios y ajustes posteriores en el Capítulo 5.

Para preparar los datos y convertirlos en un formato adecuado para el análisis, se llevarán a cabo las siguientes etapas:

1. **Agrupación por día:** Todas las asistencias registradas en cada día se sumarán para obtener el total diario. Esta transformación no solo reduce la dimensionalidad de los datos, sino que también facilita el análisis al enfocarse en el componente temporal de interés, proporcionando una base consolidada para las series temporales. Un ejemplo de como se verían nuestros datos ya agrupados lo podemos encontrar en la Tabla 4.1.
2. **División del conjunto de datos:** Los datos se dividirán en un conjunto de entrenamiento y uno de prueba, siguiendo un criterio temporal previamente establecido. Esta separación asegura

que las predicciones se evalúen en datos independientes del entrenamiento, simulando condiciones reales de producción y proporcionando una evaluación más confiable del modelo.

- Creación de la serie temporal:** La serie temporal será estructurada utilizando las fechas como índice y los totales diarios como valores estos totales se les aplicara tasa por cada mil habitantes así suavizar la serie. Para mantener la continuidad, las fechas sin registros explícitos serán rellenadas con "NA" dada la naturaleza de datos faltante, asegurando una representación uniforme y completa de los datos.
- Visualización inicial:** Se generarán gráficos exploratorios para entender mejor los datos. Entre ellos, se incluirán series temporales agregadas que permitan observar tendencias globales, diagramas de caja segmentados por días de la semana para explorar patrones recurrentes y diagramas de calor diseñados para identificar estacionalidades a lo largo de los meses. Estas visualizaciones proporcionarán una visión integral de la estructura de los datos y sus posibles patrones subyacentes.
- Tratamiento de valores faltantes y atípicos (*outliers*):** Si bien este apartado en este capítulo tiene un enfoque preliminar y visual, su tratamiento completo se desarrollará en el capítulo 5, donde se abordarán los ajustes específicos y las herramientas utilizadas en el análisis. Los días con valores faltantes se tratarán mediante técnicas de imputación avanzadas, como la imputación múltiple o el uso del Filtro de Kalman (`na.kalman`). Por otro lado, los atípicos *outliers* serán identificados y gestionados utilizando el paquete `tsoutliers`, evaluando su impacto y decidiendo si deben ser incluidos o ajustados según la naturaleza de los mismos.

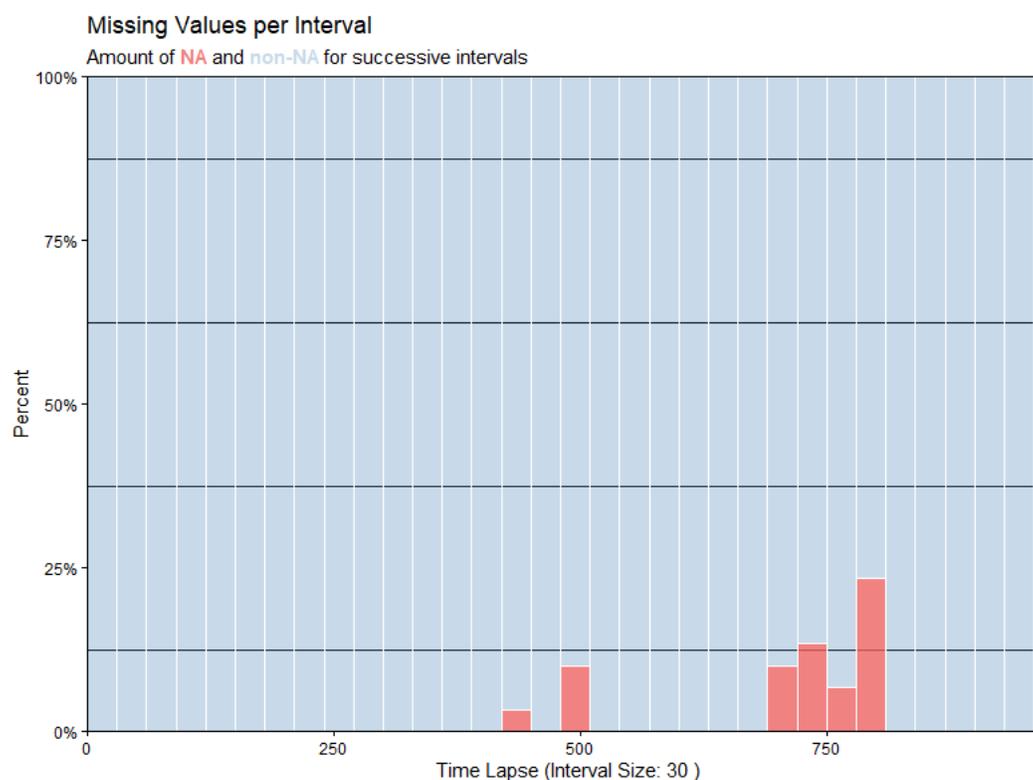


Figura 4.2: Valores Faltantes por intervalo.

Figura 4.2: Valores Faltantes por Intervalo, muestra la proporción de valores faltantes (NA) y no faltantes (non-NA) distribuidos en intervalos sucesivos a lo largo del tiempo, con un tamaño de intervalo fijo de 30 unidades. Los valores faltantes se representan en barras rojas, mientras que las barras azules indican valores no faltantes. Se observa un incremento notable en la proporción de valores faltantes hacia los intervalos finales, lo que sugiere posibles patrones de pérdida de datos en esa sección del conjunto de datos.

Es fundamental tener en cuenta ciertos aspectos clave en este proceso. Primero, la resolución temporal diaria, aunque útil para la mayoría de los análisis, podría omitir detalles relevantes de eventos individuales o picos que ocurren dentro de un mismo día. Segundo, la validez de los datos imputados requiere una selección meticulosa de los métodos aplicados, ya que una imputación inadecuada puede introducir sesgos significativos en los datos y afectar la precisión del análisis. Estos puntos subrayan la importancia de una gestión cuidadosa de los datos faltantes y atípicos en series temporales.

un ejemplo de como se verian nuestros datos

Tabla 4.1: Ejemplo de Agrupación por Día

Fecha	Total de Asistencias
2021-05-01	123
2021-05-02	110
2021-05-03	145
2021-05-04	98
2021-05-05	167

Los datos previamente agrupados se mantendrán en un dataset donde iterativamente y por medio de TSCV (Subsección 3.4.3) iremos estimando parametros del modelo y por ende haciendo predicciones del mes siguiente (*Expanding Window*),  $K_1$  será de 7 meses y los de más  $K_1 - 6$  de 6 hasta completar el dataset.

Tabla 4.2: División de los Datos en Conjuntos de Entrenamiento.

Conjunto	Núm. Meses	Número de Días	Periodo de Tiempo
$K_1$	7	$\approx 210$	01/05/2021 - 31/11/2021
$K_2$	13	$\approx 390$	01/05/2021 - 31/05/2022
$K_3$	19	$\approx 570$	01/05/2021 - 30/11/2022
$K_4$	25	$\approx 750$	01/05/2021 - 31/05/2023
$K_5$	31	$\approx 930$	01/05/2021 - 30/11/2023
$K_6$	38	$\approx 1110$	01/05/2021 - 31/05/2024

Las zonas de cobertura son “Metro” y “Norte”, correspondientes a los centros de atención de emergencias a nivel nacional. Cada “centralita” tiene la capacidad de atender llamadas de todo el país, aunque con algunas limitaciones logísticas. En general, la zona Norte cubre principalmente las provincias del norte, mientras que la zona Metro se encarga de las de la zona metropolitana. Las regiones Sur y Este, al no contar con su propia centralita, son gestionadas por los centros de Metro y Norte. La asignación de provincias a una u otra central depende de la disponibilidad logística, lo que genera

diferencias en el número de eventos atendidos entre ambas zonas (sur y este) y la cantidad de provincias que gestion a cada PSAP como lo pudimos ver en la tablas de distribución por provincia (Sección 4.1).

En miras de analizar las fechas y ver si alguna en el conjunto de datos tuviese datos faltantes en la agrupación anterior, se creará un vector de fechas desde el 1 de mayo de 2021 hasta el 28 de Junio de 2024. Esto nos permitirá identificar los valores ausentes (*Missing Values*) en el dataset.

Esta tabla se cruzara con nuestra tabla (serie temporal) que tiene el número de asistencias agrupadas por día, dicho número se transformara a tasa por cada 100.000 habitantes para suavizar la data y tener mejores ajustes; No obstante en este apartado veremos frecuencia absoluta de los mismos. Haciendo esto nos quedan un total de 13 valores faltantes (*Missing Values*) distribuidos mayormente en el 2023 y un solo de estos en el 2022, dándonos esto un 1,13% (Tabla 5.1) de la data total.

### 4.3. Análisis de Zonas de Cobertura y Distribución de Datos

Las zonas de cobertura del sistema de emergencias están organizadas en dos PSAPs principales: **Metro** y **Norte**. Estas centralitas tienen la capacidad de atender llamadas provenientes de todo el país, aunque con ciertas limitaciones logísticas.

La cobertura del sistema de emergencias se organiza principalmente en dos zonas: la Zona Norte, que abarca mayoritariamente las provincias del norte del país, y la Zona Metro, que gestiona las provincias de la región metropolitana. Además, las regiones Sur y Este, al no contar con centralitas propias, son atendidas por las zonas Metro y Norte dependiendo de la disponibilidad logística. Esta asignación diferencial genera variaciones significativas en el número de eventos atendidos por cada zona, como se detalla en la distribución de provincias por PSAP en el apartado 4.1. Estas diferencias deben considerarse cuidadosamente para llevar a cabo un análisis preciso del comportamiento de los datos y de la demanda en cada región.

Antes de ajustar los modelos, es fundamental analizar la distribución de los registros por PSAP (centralita) y región. Esto permite identificar posibles sesgos y patrones en el comportamiento de los datos.

El **PSAP de la Zona Metro** atiende principalmente llamadas provenientes de su área metropolitana, aunque también gestiona eventos de las regiones Sur y Este debido a razones logísticas. La Figura 4.3 presenta un histograma porcentual de la distribución del número de asistencias tomando en cuenta la región y la Figura 4.4 presenta el número de asistencias por región y año.

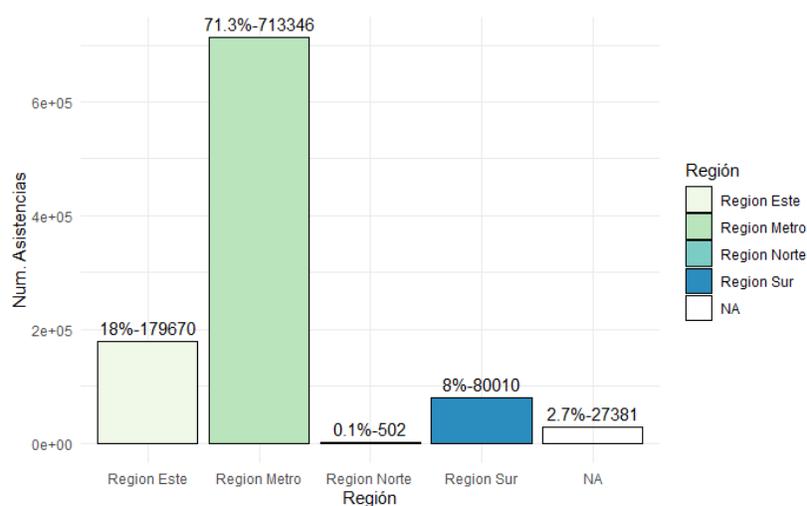


Figura 4.3: Frecuencia y Porcentaje de asistencias por región PSAP Metro.

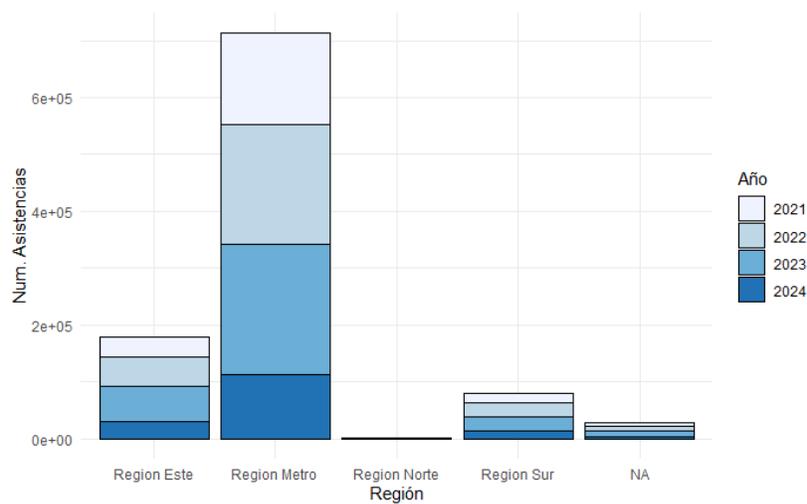


Figura 4.4: Distribución de asistencias por región y año PSAP Metro.

Región	Años				Total
	2021	2022	2023	2024	
Región Este	36,565	51,733	60,824	30,548	179,670
Región Metro	159,937	212,381	228,878	112,150	713,346
Región Norte	183	114	153	52	502
Región Sur	17,119	23,314	26,353	13,224	80,010
<NA>	5,953	7,913	9,136	4,379	27,381

Tabla 4.3: Datos por región y año PSAP Metro.

Para un total de **1,000,909 asistencias**, se observa que la Región Metro domina la distribución, seguida por las regiones Este y Sur. La Región Norte tiene una representación mínima debido a la naturaleza logística de este PSAP.

De manera similar, el **PSAP de la Zona Norte** se centra principalmente en llamadas de la Región Norte, aunque también atiende algunos eventos de las regiones Metro, Este, y Sur en menor proporción. La Figura 4.5 presenta un diagrama de barras porcentual de la distribución del número de asistencias tomando en cuenta la región y la Figura 4.6 presenta la distribución de asistencias por región y año para este PSAP.

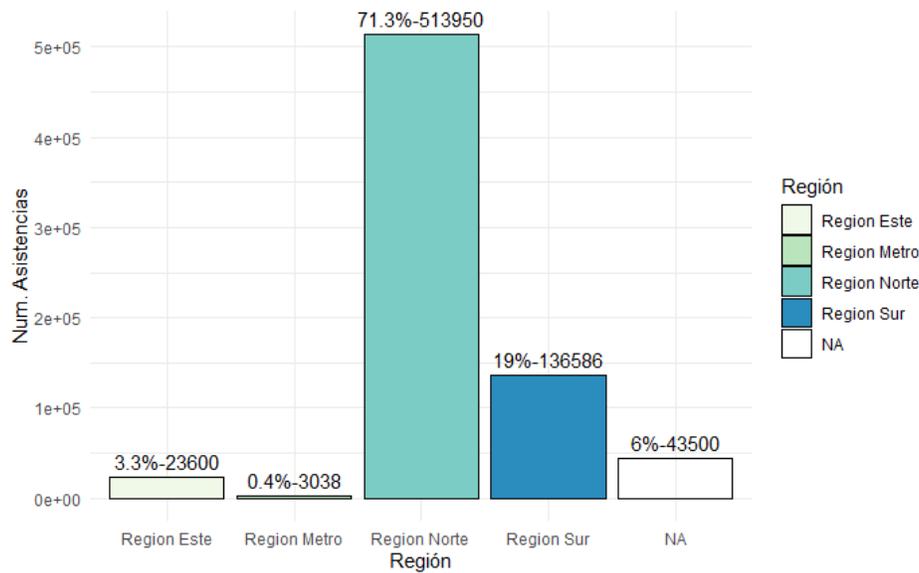


Figura 4.5: Frecuencia y Porcentaje de asistencias por región PSAP Norte.

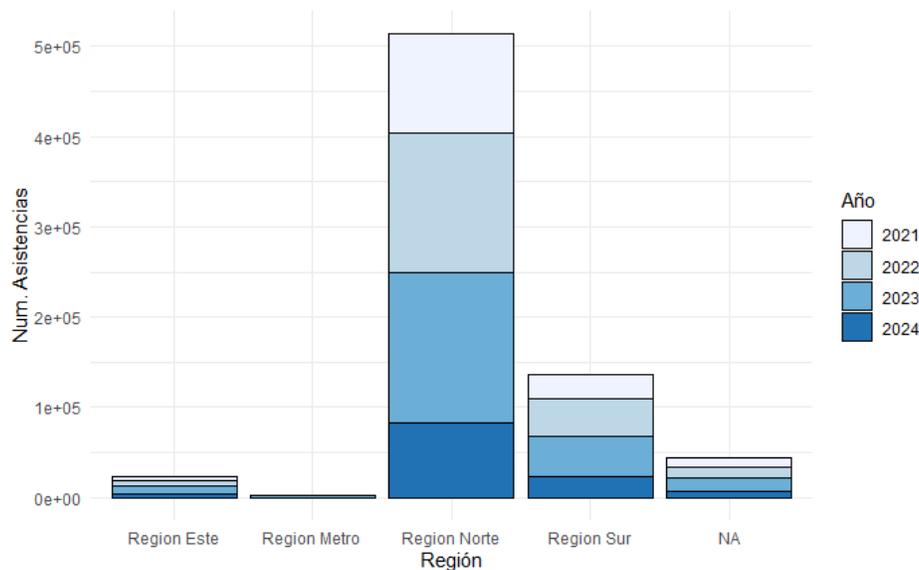


Figura 4.6: Distribución de asistencias por región y año PSAP Norte.

Región	Años				Total
	2021	2022	2023	2024	Total
Región Este	4,162	6,750	8,170	4,518	23,600
Región Metro	206	309	2,437	86	3,038
Región Norte	109,941	154,252	167,151	82,606	513,950
Región Sur	27,666	41,411	43,755	23,754	136,586
<NA>	9,109	13,256	13,833	7,302	43,500

Tabla 4.4: Datos por región y año PSAP Norte .

Para un total de **720,674 asistencias**.

Como resultado, y tal como se comento se procede a tabular (Tabla 4.5) los que son los datos faltantes de la serie completa.

Tabla 4.5: Fechas con Valores Faltantes en la Serie Completa

Fecha		
2022-06-30	2023-03-31	2023-04-16
2023-04-17	2023-05-30	2023-05-31
2023-07-01	2023-07-02	2023-07-03
2023-07-04	2023-07-05	2023-07-06
2023-07-07		

Al preparar los datos para el análisis temporal de los PSAP Metro y Norte, se constató que los valores faltantes estaban enmascarados cuando los datos se analizaban de forma conjunta, pues las series de un PSAP completaban fechas faltantes en el otro. Esto se detalla en las tablas y figuras siguientes:

### Análisis de Series Temporales por Región dentro de PSPA Metro

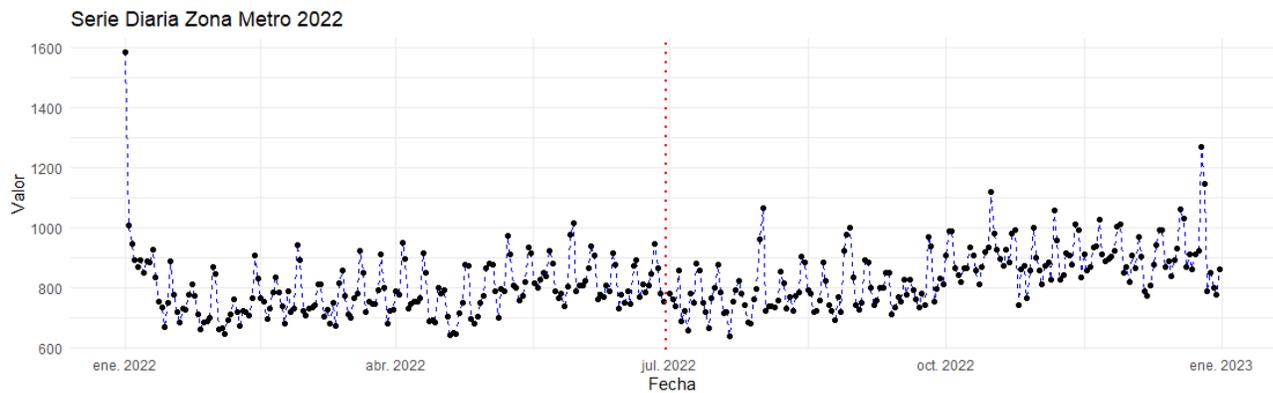
Dado que los datos están completamente integrados en un único conjunto, es fundamental analizar las series temporales separadamente por PSAP. Esto permite evaluar si el número de *missing values* identificado anteriormente se distribuye de manera uniforme entre los PSAPs o si la integración de registros enmascara diferencias significativas.

El análisis se enfoca en desglosar las series por PSAP y región, considerando las fechas específicas de los valores ausentes y verificando si estos siguen patrones específicos.

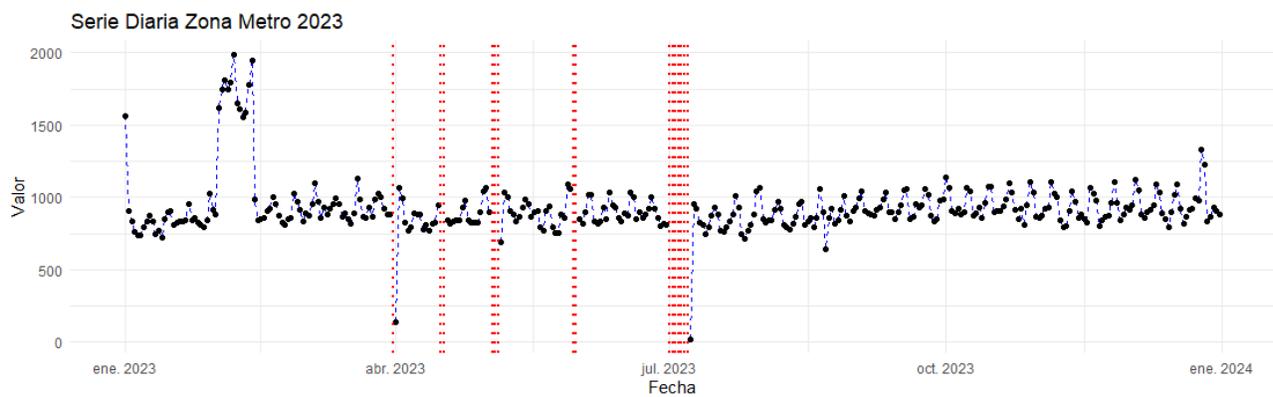
En el PSAP Metro, se identificaron 16 Fechas faltantes (Valores), unas 3 más en esta serie por solitario que en conjunto, lo que representa el 1.39 % de los días con registro en la serie. Los valores ausentes están distribuidos en fechas del 2022 (1) y fechas en 2023 (15) (Figura 4.7), con un patrón destacado en julio de 2023, donde se detectó una semana completa sin registros.

Tabla 4.6: Fechas con Valores Faltantes en PSAP Metro

Fecha		
2022-06-30	2023-03-31	2023-04-16
2023-04-17	2023-05-03	2023-05-04
2023-05-05	2023-05-30	2023-05-31
2023-07-01	2023-07-02	2023-07-03
2023-07-04	2023-07-05	2023-07-06
2023-07-07		

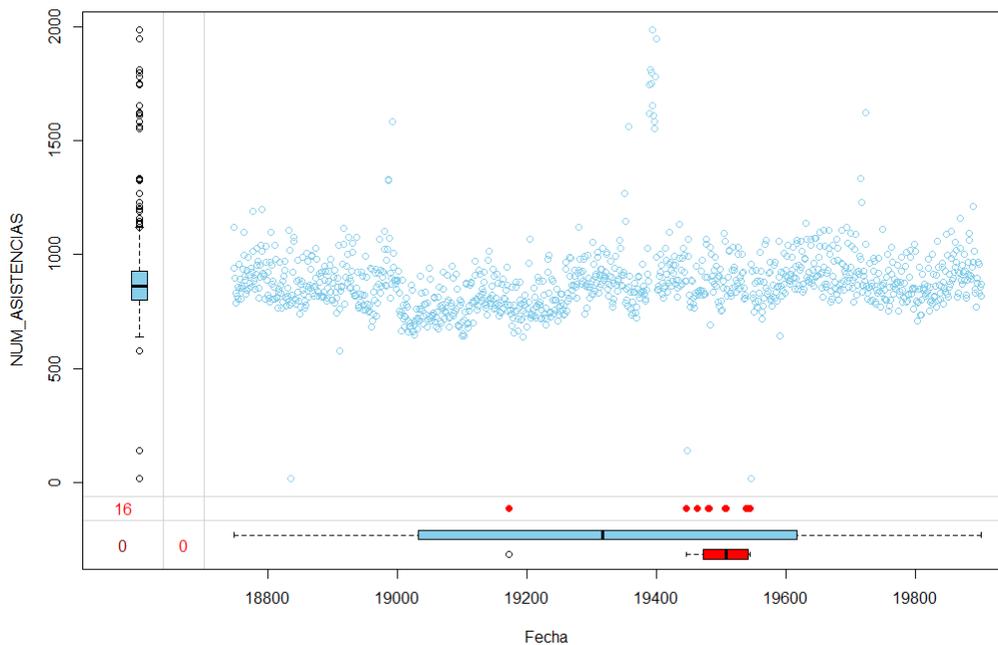


(a) Serie General 2022.



(b) Serie General 2023.

Figura 4.7: Datos de la Zona Metro.



(c) Diagrama de Dispersión de la Serie y ubicación de Fechas con Valores Faltantes.

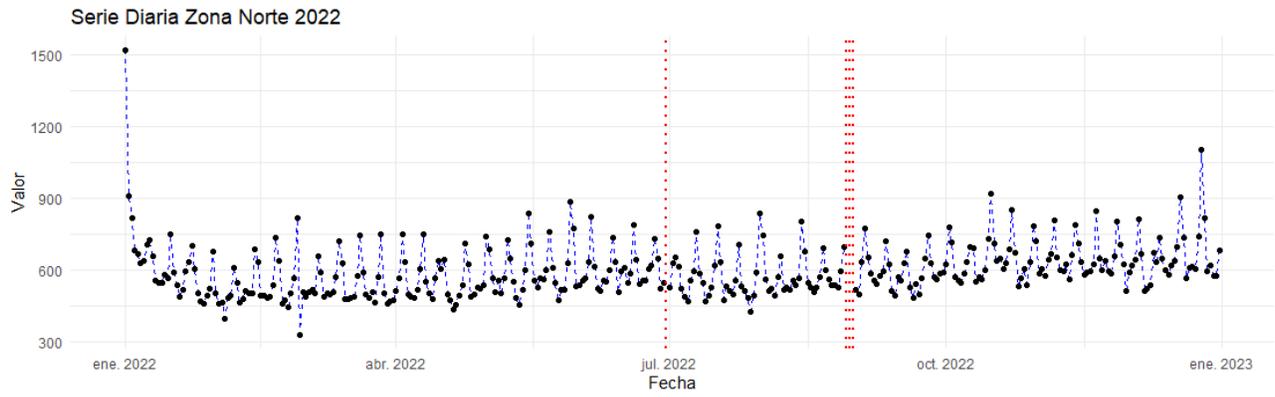
Figura 4.7: Datos de la Zona Metro (continuación).

Las Figuras anteriores muestra la serie temporal por año del PSAP Metro donde se encontraron Fechas con valores faltantes, marcados en rojo.

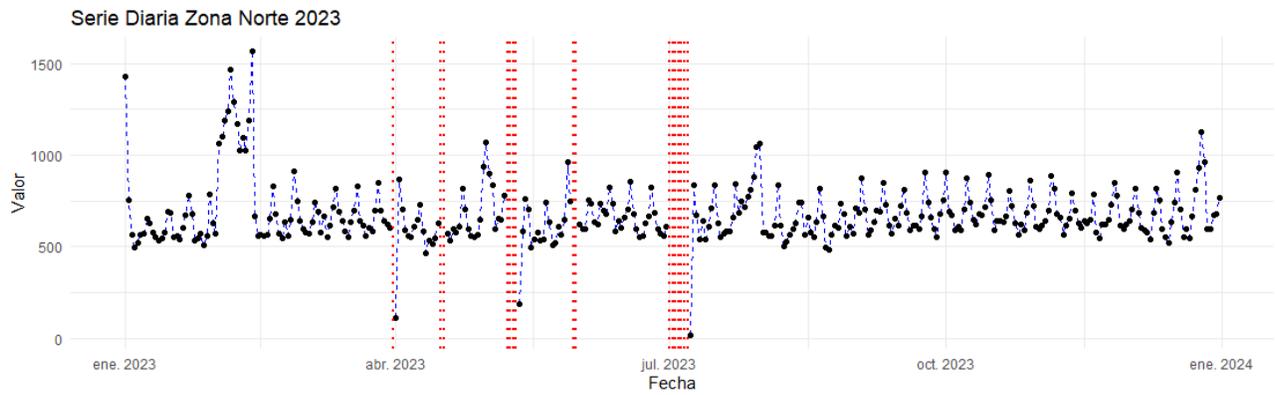
En el **PSAP Norte**, se identificaron 20 valores faltantes, lo que representa el 1.73 % de los días con registros diarios. Estos valores están distribuidos en fechas en 2022 (4) y fechas en 2023 (16) (Figura 4.8), repitiendo la semana completa sin registros en julio de 2023 observada en el PSAP Metro (Tabla 4.6).

Tabla 4.7: Fechas con Valores Faltantes en PSAP Norte

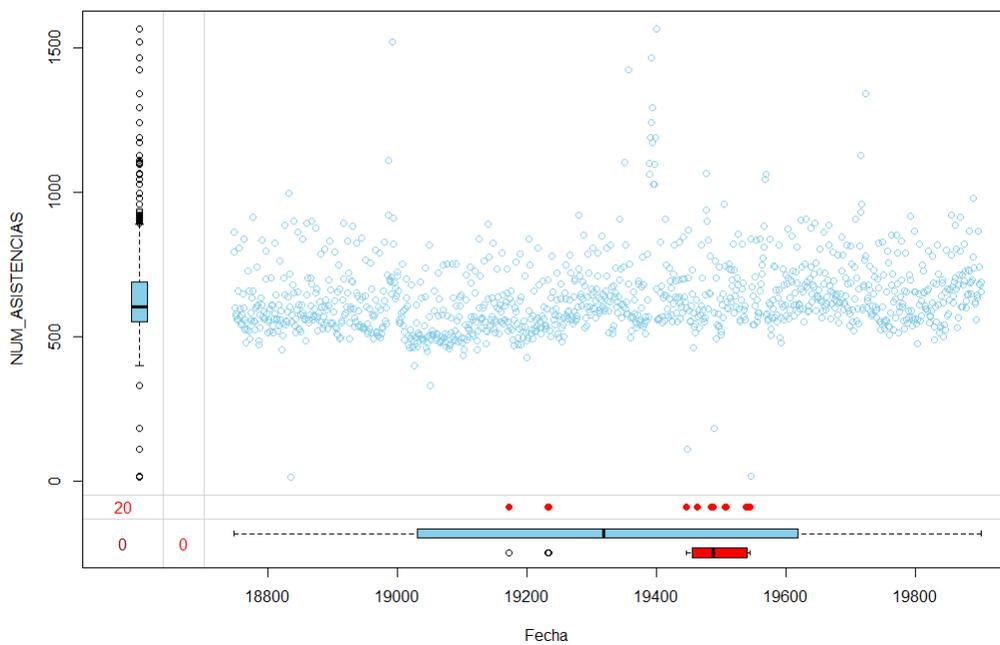
Fecha		
2022-06-30	2022-08-29	2022-08-30
2022-08-31	2023-03-31	2023-04-16
2023-04-17	2023-05-08	2023-05-09
2023-05-10	2023-05-11	2023-05-30
2023-05-31	2023-07-01	2023-07-02
2023-07-03	2023-07-04	2023-07-05
2023-07-06	2023-07-07	



(a) Serie General 2022.



(b) Serie General 2023.



(c) Diagrama de Dispersión de la Serie y ubicación de Fechas con Valores Faltantes.

Figura 4.8: Datos de la Zona Norte.

En las Figuras 4.7 y Figura 4.8, se presenta la serie temporal para el PSAP Metro, resaltando los valores faltantes, al igual que en el PSAP Norte, la ausencia de registros en julio de 2023 es particularmente significativa, dada las Figuras C de ambos conjunto de imágenes ilustra claramente la dispersión y concentración de los valores de asistencias diarias, notando esto se puede apreciar un rango intercuartílico ajustado, lo que refuerza que la mayor parte de las asistencias diarias se concentran en un rango predecible de 600-1000, los atípicos que mas adelante veremos si lo son, pudieran ser estos que sobrepasan los 1500 y bajan de los 500, los cuales lo podemos atribuir a eventos raros o mal captura de los datos. Las fechas sin registros durante lapsos como julio de 2023 aparecen como intervalos donde el eje X queda en color rojo, lo que representa discontinuidades temporales.

Los valores faltantes en ambos PSAPs representan un porcentaje bajo en relación con el total de registros, aunque su impacto no es despreciable. En el caso del **PSAP Metro**, los valores ausentes constituyen un **1.39 %**, mientras que en el **PSAP Norte** alcanzan un **1.73 %**. Sin embargo, estos valores no se distribuyen uniformemente en el tiempo, ya que la mayoría de los datos faltantes se concentran en 2023, particularmente durante el mes de julio. Este patrón sugiere posibles problemas operativos o fallos en los sistemas de registro, lo cual merece una investigación más profunda para garantizar la calidad de los datos. En la serie temporal completa, los *missing values* ya propiamente dicho (días sin ningún registro) representan un 3.11 %, una proporción baja considerando la cantidad total de días con lo que cuenta la serie, pero que requiere análisis cuidadoso para evaluar su impacto en momentos específicos así como para la imputación de estos dado que como hemos dicho la mayoría de estos están en una semana completa del mes de julio 2023.

Inicialmente, el análisis se realizó de forma anual y dividido por PSPAs, obteniendo resultados relevantes. No obstante, para profundizar en las influencias regionales, es fundamental replicar el análisis por regiones. Esto es particularmente importante, ya que las características propias de cada región pueden afectar los resultados y la interpretación de los datos. Es crucial evaluar si todas las regiones contienen valores faltantes y si se comportan de manera similar, ya que esto impacta en la calidad general del conjunto de datos y en la precisión de los modelos predictivos. Entender la distribución de los valores faltantes nos permitirá tomar decisiones informadas sobre su manejo, ya sea mediante imputación, eliminación o técnicas avanzadas de simulación. En algunos casos específicos (como Región Metro en PSAP Norte y Región Norte en PSAP Metro), el manejo de estos valores puede ser complicado por lo que tenderemos a no analizar estas por su escasa información. Además, analizar los valores faltantes por año reveló patrones específicos en la recolección de datos. Esto indica que las ausencias no son exclusivas de una centralita, sino que pueden repetirse en ambas y en distintas regiones, lo cual podría explicar algunas variaciones en los resultados.

En las Figuras 4.10b y 4.10a, se ven mas claramente la distribución de los datos faltantes, donde podemos observar que la presencia de datos faltantes entre regiones es similar incluso en los datos que no tienen región asignada (ZM\_NA y ZN\_NA) en las diferentes centralitas, con algo importante a denotar que es la masiva cantidad de datos faltantes entre centralitas en la región principal de ellas, esto debido a lo dicho en el principio de la Subsección 4.3.

---

<sup>1</sup>ZM: Zona Metro o " Centralita Metropolitana ", ZN: Zona Norte o " Centralita Norte ", RM: Región Metro, RE: Región Este, RS: Región Sur, RN: Región Norte y NA: Datos sin Región

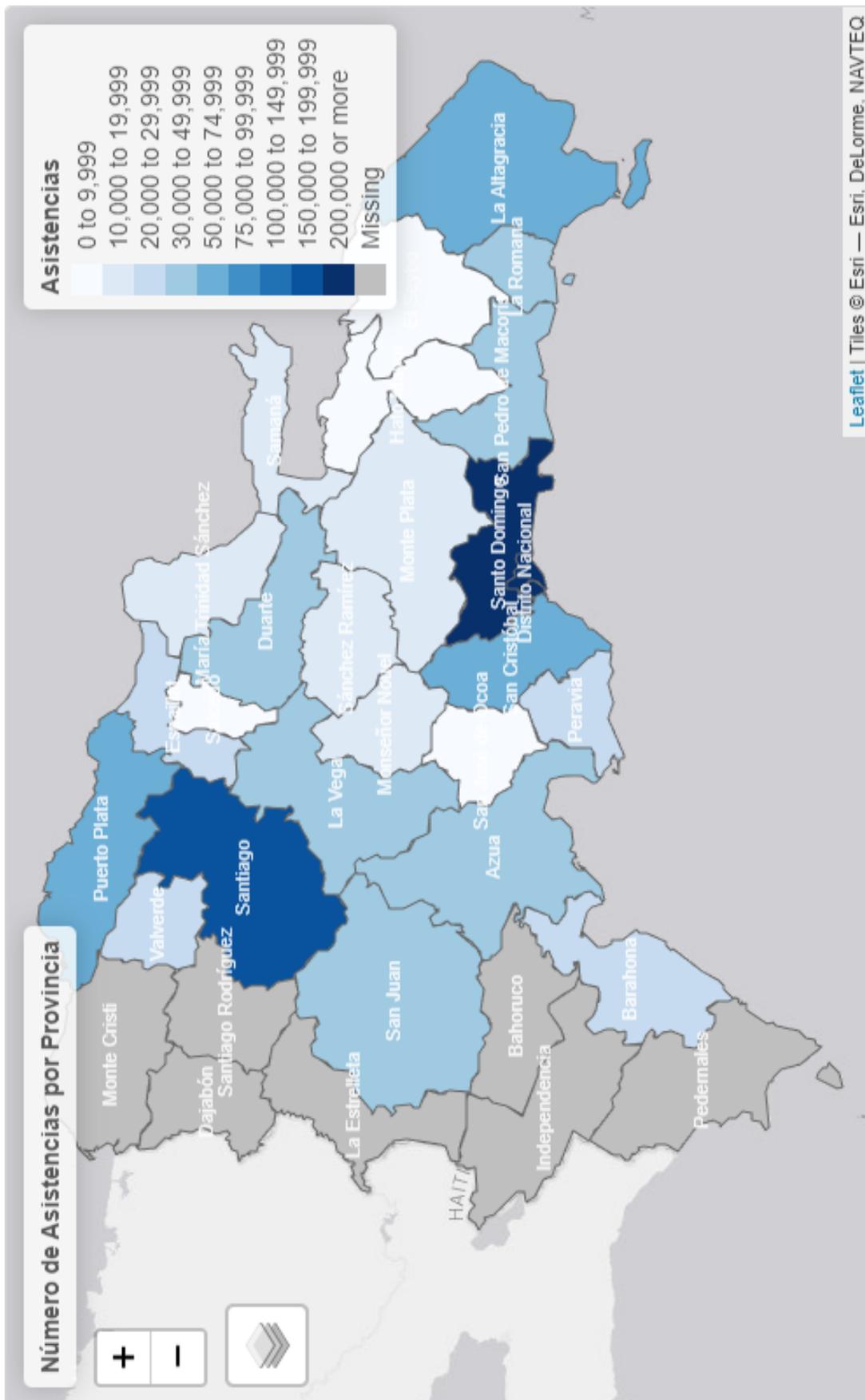
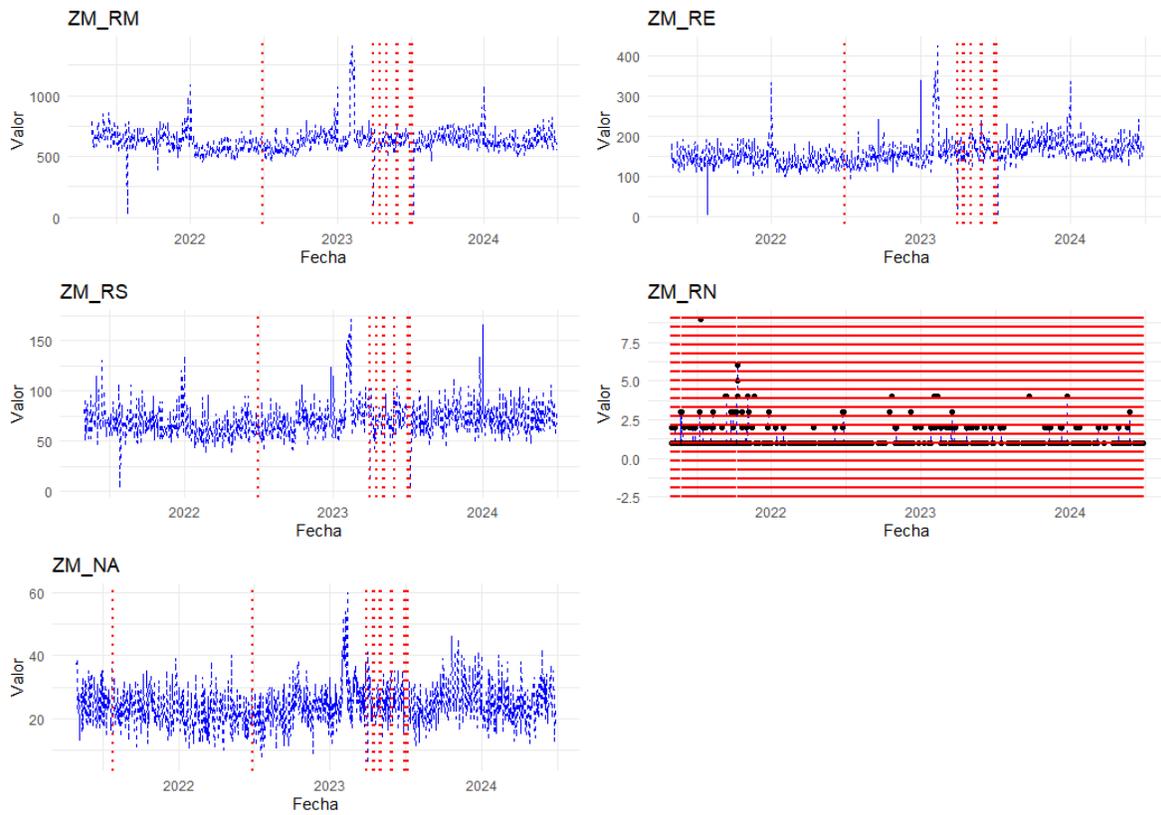
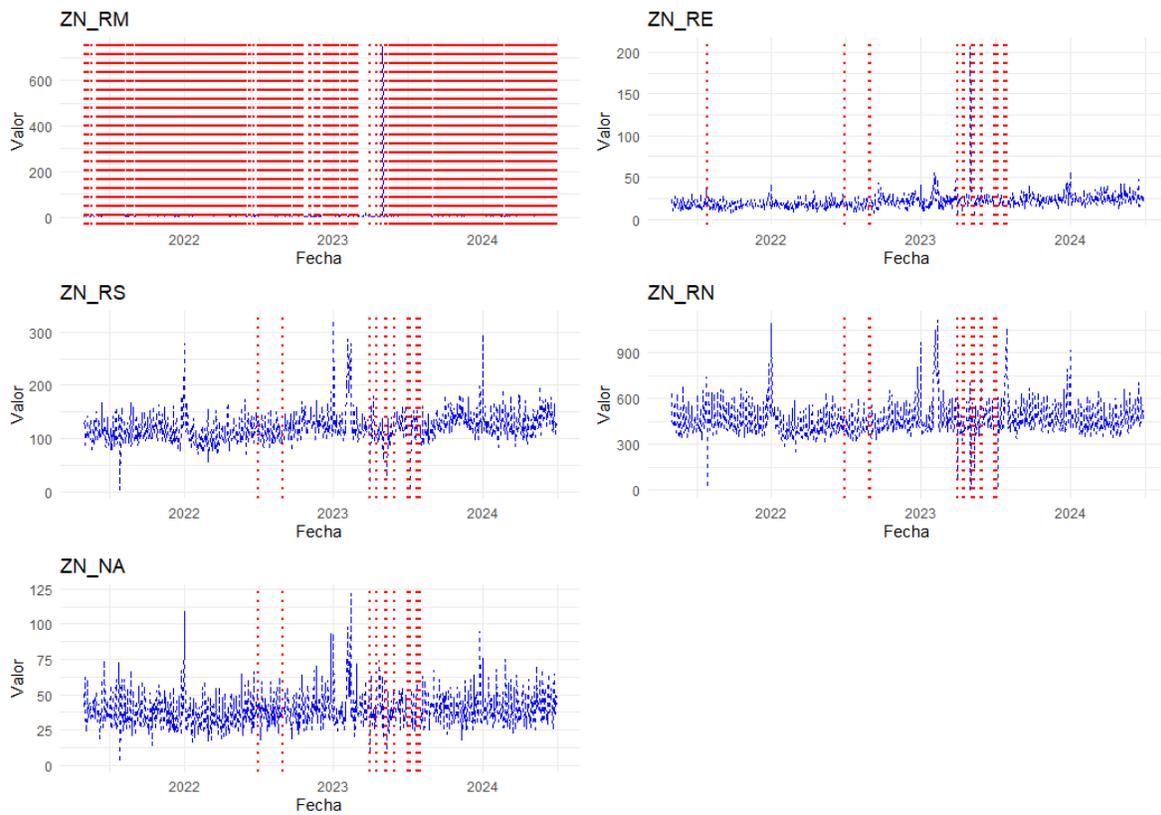


Figura 4.9: Data-Wrapped República Dominicana, Número de Asistencias.



(a) Serie de Tiempo Diaria PSPA Metro por regiones.



(b) Serie de Tiempo Diaria PSPA Norte por regiones.

Figura 4.10: Series de Tiempo por Regiones en PSPA Metro y PSPA Norte.<sup>1</sup>

## Capítulo 5

# Aplicación y resultados

En este capítulo se presentan las aplicaciones prácticas del análisis de series temporales realizadas sobre los datos del sistema de emergencias médicas del Distema 911 como hemos venido comentando. En primer lugar, se abordará el tratamiento de valores faltantes mediante técnicas de imputación, asegurando la completitud y consistencia de los datos. Posteriormente, se describirán los métodos empleados para la detección y manejo de *outliers*, así como la identificación de intervenciones que afectaron el comportamiento de la serie, como eventos atípicos o estacionales. Tras estas etapas, se procederá al ajuste de modelos optimizados, evaluando su desempeño mediante métricas estándar y análisis de residuos. Finalmente, se realizarán predicciones sobre horizontes temporales a corto y mediano plazo, mostrando los resultados obtenidos y destacando los patrones identificados en la demanda del sistema. Este análisis integral busca ofrecer *insights* relevantes para la gestión operativa y planificación estratégica del sistema de emergencias. Esto se hará en el entorno y lenguaje de programación con un enfoque al análisis estadístico R.

### 5.1. Imputaciones

Para abordar los valores faltantes en la serie temporal  $X = \{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ , se implementó un enfoque combinado basado en el Filtro de Kalman, una técnica ampliamente reconocida por su capacidad para manejar dinámicas temporales complejas y datos ruidosos (Kalman, 1960). Este método combina dos enfoques distintos: un modelo estructural (*Structural Model*) implementado mediante la función `StructTS`, y un modelo basado en la representación en espacio de estados de ARIMA (*State Space Representation*) utilizando `auto.arima`, ambos disponibles en la librería `imputeTS` (Anexo, Tabla A1).

La imputación final se calcula como el promedio de las estimaciones generadas por ambos modelos, lo que permite aprovechar las fortalezas complementarias de cada enfoque. Por un lado, el modelo estructural captura componentes subyacentes como tendencia y estacionalidad de forma explícita, mientras que el modelo ARIMA se enfoca en relaciones autoregresivas y de medias móviles, proporcionando un ajuste flexible a los patrones estocásticos de los datos.

En miras de obtener resultados más robustos y menos sesgados, se optó por este enfoque híbrido. Al combinar las estimaciones de dos métodos con características diferenciadas, se mejora la precisión de la imputación y se mitiga el riesgo de sobreajuste asociado al uso de un único modelo. Además, esta estrategia asegura una mayor consistencia temporal, lo cual es esencial para preservar las propiedades estadísticas de la serie y garantizar un desempeño óptimo en los modelos predictivos posteriores.

El procedimiento se desarrolla en los siguientes pasos:

1. **Identificación de valores faltantes:** Se determinan los índices de los valores faltantes en la

serie temporal:

$$I_{NA} = \{i \mid T_i \text{ es un valor faltante}\},$$

y el conjunto complementario con los valores observados:

$$I_{val} = \{i \mid T_i \text{ es un valor observado}\}.$$

2. **Imputación usando modelo estructural:** Se aplica un modelo estructural basado en el filtro de Kalman para estimar los valores faltantes, obteniendo dos variantes:

- **Con suavizado:** La serie imputada considerando suavizado se denota como:

$$T^{\text{StructSmooth}} = \text{Filtro Kalman basada en modelo estructural con suavizado.}$$

- **Sin suavizado:** La serie imputada sin considerar suavizado se denota como:

$$T^{\text{StructNoSmooth}} = \text{Filtro Kalman basada en modelo estructural sin suavizado.}$$

3. **Imputación usando modelo ARIMA automático:** De manera similar, se utilizan variantes del filtro de Kalman para un modelo ARIMA (Anexo, Tabla A1) ajustado automáticamente:

- **Con suavizado:** La serie imputada considerando suavizado se denota como:

$$T^{\text{ArimaSmooth}} = \text{Filtro Kalman basada en modelo ARIMA con suavizado.}$$

- **Sin suavizado:** La serie imputada sin considerar suavizado se denota como:

$$T^{\text{ArimaNoSmooth}} = \text{Filtro Kalman basada en modelo ARIMA sin suavizado.}$$

4. **Cálculo de la imputación final:** Para cada índice  $i \in I_{NA}$ , se calcula la imputación final como el promedio de las cuatro estimaciones:

$$T_i^{\text{Final}} = \frac{T_i^{\text{StructSmooth}} + T_i^{\text{StructNoSmooth}} + T_i^{\text{ArimaSmooth}} + T_i^{\text{ArimaNoSmooth}}}{4}.$$

5. **Sustitución de valores faltantes:** Finalmente, se crea una nueva serie  $T^{\text{Imputada}}$  donde los valores faltantes son reemplazados con las estimaciones calculadas:

$$T_i^{\text{Imputada}} = \begin{cases} T_i & \text{si } i \in I_{val}, \\ T_i^{\text{Final}} & \text{si } i \in I_{NA}. \end{cases}$$

Este enfoque permite obtener una serie temporal completa y consistente, reduciendo el impacto de los valores faltantes en los modelos predictivos posteriores. La combinación de modelos garantiza que las imputaciones reflejen tanto las características estructurales como las dinámicas temporales de la serie.

Combinar Modelos Estructurales y Representación de Espacio Estado ARIMA para la imputación de datos faltantes ofrece robustez en la estimación, reducción del sesgo y captura de dinámicas temporales complejas. Este enfoque aprovecha las fortalezas de ambos modelos captura patrones de estacionalidad y tendencias, mientras que el otro modela componentes autoregresivos y de media móvil respectivamente. Al promediar las imputaciones, se obtiene una estimación más equilibrada y menos sesgada, mejorando la consistencia temporal y el desempeño en modelos predictivos posteriores.

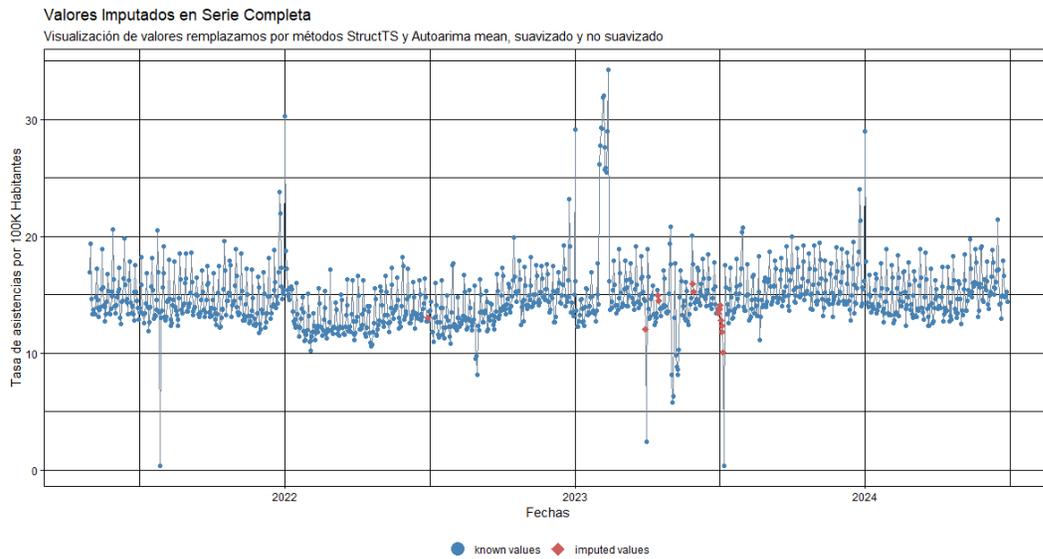


Figura 5.1: Imputaciones combinadas mediante el promedio de *StructTS* y *auto.arima* completa.

De manera análoga, y considerando el comportamiento de la serie completa, resulta interesante y adecuado ajustar las imputaciones utilizando un enfoque de *Rolling Window* (ventana deslizante). Este método evita posibles sesgos al asociar errores y estimaciones de valores faltantes (NA) basándose exclusivamente en lo ocurrido en meses anteriores. Al emplear este enfoque, es posible capturar la evolución temporal de los datos, identificar cambios en su comportamiento y garantizar que las conclusiones o imputaciones sean robustas a lo largo de diferentes períodos.

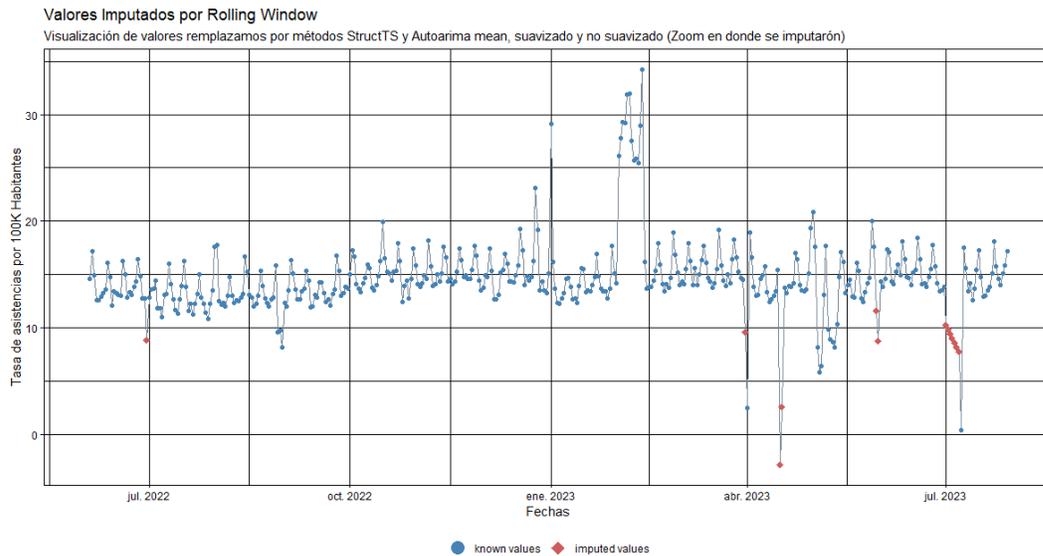


Figura 5.2: Imputaciones utilizando *Rolling Windows*.

Si bien ajustar a la serie completa puede proporcionar una perspectiva global, esto podría enmascarar dinámicas clave que solo son evidentes al analizar subperíodos. El enfoque de ventana deslizante facilita la detección de cambios estructurales, el análisis de eventos locales, la mitigación del riesgo

de sobreajuste y la evaluación de la estabilidad tanto de las imputaciones como de los parámetros en distintos intervalos temporales.

Cuando se utiliza el filtro de Kalman con diferentes configuraciones, como Modelo Estructurales y Representación de Espacio Estado ARIMA, y se compara el comportamiento con el suavizado activado y desactivado, observamos diferencias notables al aplicar el enfoque de *Rolling Window* (ventana deslizante) en lugar de procesar la serie completa. Las discrepancias resultantes pueden explicarse por las siguientes razones: Primero, el filtro de Kalman es un método recursivo. Esto significa que las estimaciones actuales dependen no solo del valor observado en ese momento, sino también de las observaciones previas y la incertidumbre asociada a ellas. En el enfoque de *Rolling Window*, el rango de observaciones se limita al tamaño de la ventana, que en este caso corresponde a un mes. Es decir, el procedimiento se aplica mes a mes de manera iterativa siguiendo el paso a paso de la Ecuación 3.24, eliminando la influencia de datos previos o futuros que se encuentren fuera de ese intervalo. Segundo, los parámetros del modelo, como aquellos estimados por Modelo Estructurales y Representación de Espacio Estado ARIMA, se recalculan en cada ventana. En contraste, cuando se procesa la serie completa, estos parámetros se ajustan de manera global. Esto puede generar variaciones en las estimaciones, como diferencias en las varianzas del ruido o en los coeficientes obtenidos. Tercero, el suavizado del filtro de Kalman, que utiliza información futura para refinar estimaciones pasadas, está limitado en el enfoque de *Rolling Window* debido a la falta de datos posteriores al intervalo considerado. Esto contrasta con el suavizado aplicado en la serie completa, donde se dispone de toda la información disponible para realizar los ajustes.

Además, el promedio de imputaciones de diferentes configuraciones tiende a ser más variable en ventanas deslizantes debido a la fluctuación de los ajustes locales en cada segmento, mientras que en la serie completa las estimaciones suelen ser más consistentes y estables. Finalmente, el tamaño de la ventana y la naturaleza de la serie también influyen, ya que ventanas pequeñas pueden no capturar adecuadamente características como la estacionalidad, tendencia o ruido, lo que afecta los resultados. Estas diferencias son inherentes a cómo el filtro de Kalman maneja la información en cada configuración y a las limitaciones impuestas por el procesamiento en ventanas.

Categoría	Métrica				Valor
	Longitud Serie	N° Valores Faltantes	% Faltantes	N° Intervalos	Total
Serie Temporal	1,155	13	1.13%	5	-
Promedio Intervalo	-	-	-	2.6	-
<b>Estadísticas por Canasta de Datos</b>					
Bin 1 (1 a 289)	289	0	0%	-	-
Bin 2 (290 a 578)	288	1	0.346%	-	-
Bin 3 (579 a 867)	289	12	4.15%	-	-
Bin 4 (868 a 1155)	287	0	0%	-	-
<b>Distribución de Intervalos Faltantes</b>					
1 NA	-	-	-	2	-
2 NAs consecutivos	-	-	-	2	-
7 NAs consecutivos	-	-	-	1	-

Tabla 5.1: Estadísticas de Valores Faltantes en la Serie Temporal.

La Tabla 5.1 presenta un análisis detallado de los valores faltantes en la serie temporal completa.

La serie consta de un total de 1,155 observaciones, de las cuales 13 son valores faltantes como comentabamos en el análisis exploratorio (Sección 4.2, representando un **1.13 %** del total de la serie. Estos valores faltantes se distribuyen en cinco intervalos con un promedio de 2.6 intervalos por bloque. Aunque el porcentaje general de valores faltantes es bajo, su distribución dentro de la serie requiere atención para evitar sesgos en el análisis.

El desglose por canasta de datos revela que la mayor concentración de valores faltantes ocurre en el tercer bin (bache de datos) (observaciones 579 a 867), donde se registran 12 valores faltantes, representando un **4.15 %** de dicho segmento. En contraste, los bins 1 (1 a 289) y 4 (868 a 1,155) no contienen valores faltantes, mientras que el bin 2 (290 a 578) registra únicamente un valor faltante, lo que equivale al **0.346 %** de ese intervalo. Este patrón sugiere que los valores faltantes no están distribuidos de manera uniforme, sino que se concentran en áreas específicas de la serie, lo que podría estar relacionado con problemas de captura de datos o eventos específicos que afectaron la recolección en ciertos períodos.

En cuanto a la distribución de los intervalos faltantes (Figura 5.4), la mayoría de estos se presentan como ausencias consecutivas. Se identificaron dos intervalos con un único valor faltante (*1 NA*), dos intervalos con dos valores consecutivos (*2 NAs consecutivos*) y un intervalo con siete valores consecutivos (*7 NAs consecutivos*) (Figura 5.3). La presencia de intervalos más largos, como el de siete valores consecutivos, puede introducir desafíos adicionales al modelado, ya que implica una pérdida significativa de información en un periodo específico.

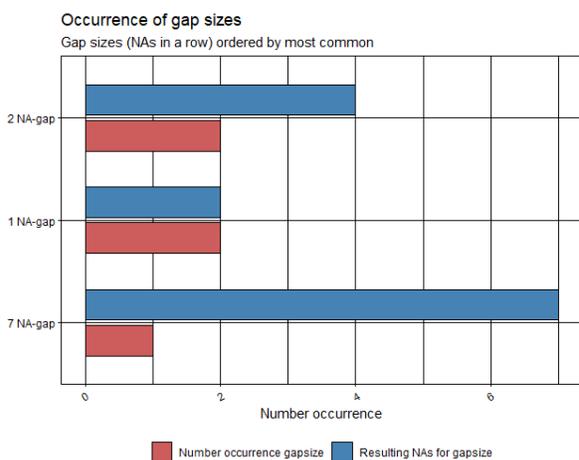


Figura 5.3: Ocurrencia de NA por tamaño del Mismo.

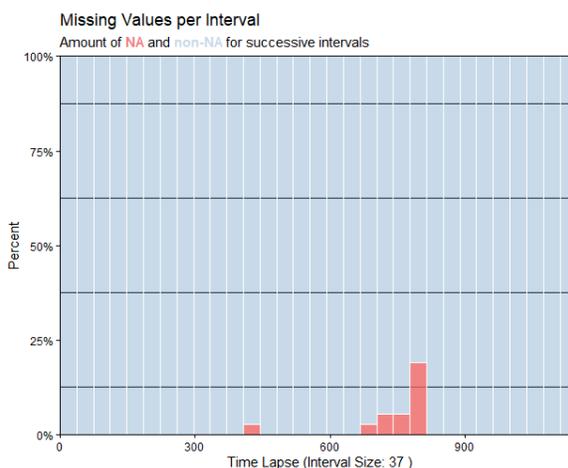


Figura 5.4: Distribución de NA por Intervalo "Mensuales".<sup>1</sup>

Esto lo podemos constatar en la Figura 5.3 donde podemos ver la ocurrencia de valores faltantes (NA) clasificados por el tamaño de los huecos consecutivos, destacando la frecuencia de cada caso y en la Figura 5.4 la distribución de valores faltantes (NA) por intervalos temporales agrupados, representando la cantidad de NA y no-NA en los diferentes lapsos.

## 5.2. Ajuste de Modelo.

El proceso de ajuste del modelo comenzó con la integración de los conjuntos de datos de entrenamiento y prueba en una única serie temporal continua. Esta unificación permite consolidar toda la información disponible en una serie temporal coherente, facilitando tanto la validación práctica como la visualización de los datos. La serie temporal resultante fue creada con un índice que abarca desde la fecha inicial del conjunto de datos como hemos dicho en la Tabla 4.2, hasta el día correspondiente

al último registro de asistencia, asegurando que los límites temporales coincidan exactamente con los datos observados en la base.

Para evitar problemas derivados de valores negativos en la serie, especialmente al suavizarla mediante transformaciones como la tasa de asistencias por cada 100,000 habitantes visto en la Sección 4.2, se introdujo un ajuste mediante una constante. Este procedimiento garantiza que todos los valores de la serie permanezcan positivos. Sea  $x_t$  el valor imputado en el tiempo  $t$ . El ajuste se realizó sumando una constante definida como:

$$C = |\min\{x_t\}| + 10, \quad t = 1, \dots, T,$$

donde  $\min\{x_t\}$  es el mínimo valor de la serie previamente imputada 5.1, y el término adicional de 10 asegura un margen de seguridad. Así, la serie ajustada se define como:

$$x_t^{\text{ajustada}} = x_t + C, \quad t = 1, \dots, T.$$

Este enfoque permite estabilizar la serie temporal, evitando distorsiones que podrían surgir durante el modelado o la visualización y asegurando que todas las operaciones posteriores sean consistentes.

Posteriormente, se construyó la serie temporal utilizando la función `ts` del paquete `stats`, estableciendo como límite temporal los datos por cada  $K + i$ . Estas fechas fueron escogidas en consonancia a lo dicho en la Sección 3.4.3. A partir de esta configuración, se llevaron a cabo un análisis visual de las correlaciones simples (*ACF*) y parciales (*PACF*), las cuales guiarán la determinación de los órdenes regulares y estacionales  $p, d, q$  y  $P, D, Q$ , así como la componente estacional  $s$  de la serie.

Para complementar el análisis visual y fortalecer la intuición, se utilizaron herramientas como la prueba de (ADF) (Subsección 3.1.2), que permite evaluar la presencia de raíces unitarias en la serie, indicando si esta es estacionaria; complementando esta se realizó la prueba del mismo tipo (KPSS) (Subsección 3.1.2) que procura decirnos si la media de la serie no cambia con el tiempo y las fluctuaciones ocurren alrededor de una constante fija o sea es estacionaria en nivel, no así la ADF que ve solo la estacionariedad en nivel o tendencia.

Además, se hizo uso de las funciones `unitroot_ndiffs` y `unitroot_nsdiffs`, descritas en Hyndman y Athanasopoulos (2021), que ayudan a determinar el número de diferenciaciones regulares y estacionales necesarias para lograr la estacionariedad. Sin embargo, es importante señalar que estos resultados sirven como un soporte al análisis visual, siendo las correlaciones (*ACF* y *PACF*) las que también nos guiarán a las diferenciaciones necesarias y posteriores órdenes  $p, d, q$  y  $P, D, Q$  del modelo ajustado.

Dicho esto y tomando en cuentas las consideraciones de antemano hechas, se hacen los ajustes y test correspondiente para su validez.

**Estacionaridad y Estacionalidad:**

El análisis de la serie temporal comenzó con la evaluación de su estacionaridad utilizando la prueba de **ADF** y **KPS**. Los resultados del test mostraron unos valor de  $p$  discordantes en ocasiones para ser específico solo concordaron en los dos primeros *Fold* donde sugerían el acuerdo de *estacionario*, el segundo *Fold* por su parte concordaban en la *no estacionariedad*, mientras que los demás discordaban entre si, por lo que con un valor de  $p = 0,01$  para ADF y KPSS con un valor de  $p = 0,01$  que indica que tenemos suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula ( $H_0$ ) de estacionaridad, pero como decíamos ADF y KPSS evalúan estacionariedad desde perspectivas opuestas ( $H_0$  y  $H_1$ ) donde uno rechaza la nula, acepta que es estacionaria y donde otro rechaza la nula desecha la estacionariedad por lo que indica que no es estacionaria (Barrio Castro *et al.*, 2001). Además, las herramientas propuestas por Hyndman y Athanasopoulos (2021) para determinar el número de diferenciaciones necesarias, como `unitroot_ndiffs` y `unitroot_nsdiffs` fueron también utilizadas en miras de dar soporte a las decisiones de si *diferenciar* de manera regular y estacional la serie. Los resultados se presentan en la Tabla 5.2:

$Fold_i$	Tipo Diff Recomendada		Tipo de Diff Realizada		ADF y KPSS, agree? .
	$d$	$D$	$d$	$D$	
$K_1$	0	1	0	1	Yes
$K_2$	1	1	1	1	Yes
$K_3$	1	1	1	1	No
$K_4$	1	0	1	1	No
$K_5$	1	0	1	1	No
$K_6$	1	0	1	1	No

Tabla 5.2: Resultados de Diferenciación Necesarias por Fold.

Aunque la herramienta sugiere que no es necesaria una diferenciación estacional en muchos de los casos, la inspección visual de la serie (como se muestra en las Figuras 5.6) evidencia una fuerte componente estacional con un período  $s = 7$  solo en el caso del primer fold, si que no fue necesario hacer diferenciación regular. En los caso de que si, los picos pronunciados y el decaimiento lento hacia cero en la *ACF* refuerzan la hipótesis de una estacionalidad significativa, lo que contradice parcialmente los resultados del test automático (Tabla 5.2). Esto pone de manifiesto la necesidad de considerar una componente estacional en el modelo básicamente todos los modelos de los  $K_i$  que se ajustaron, ya que podría tener un impacto importante en la precisión predictiva. En conjunto, estos análisis destacan la importancia de combinar enfoques visuales y estadísticos para garantizar un modelo adecuado que capture tanto las características regulares como estacionales de la serie temporal.

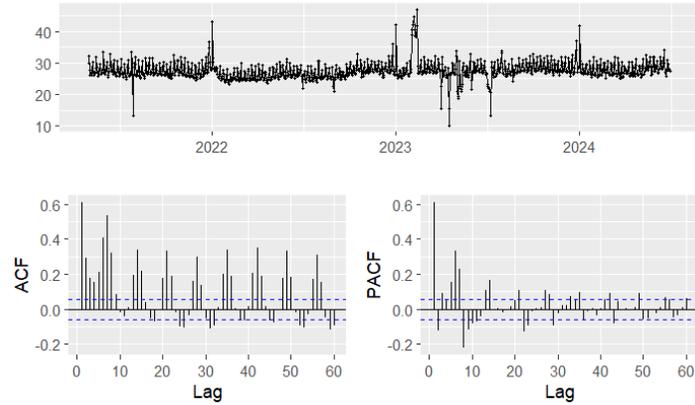


Figura 5.5: Serie Original

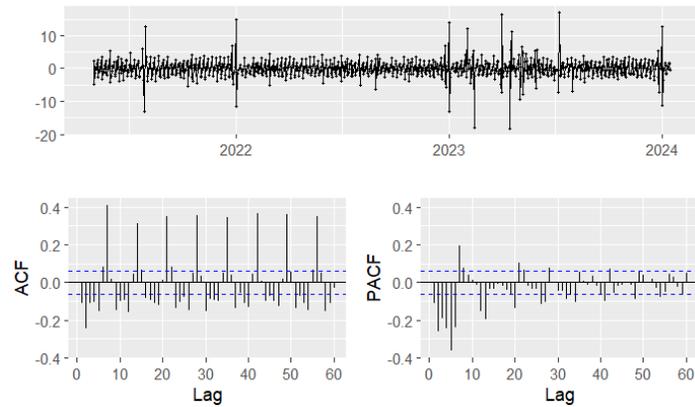


Figura 5.6: Serie Diferenciada Regularmente

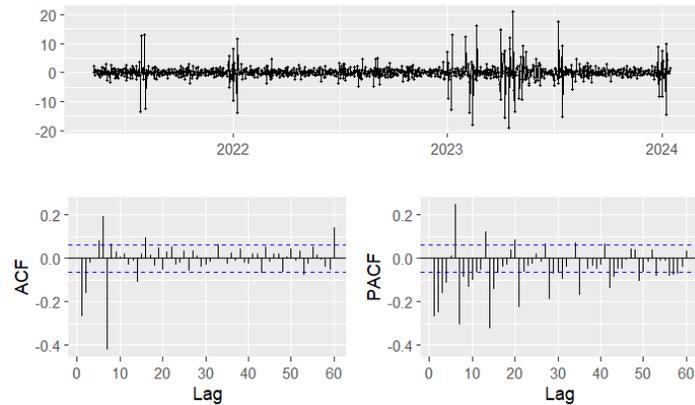


Figura 5.7: Serie Diferenciada Estacionalmente y Regularmente

Los modelos propuestos para la serie temporal por cada  $K_i$  ajustado se presentan en la Tabla 5.3.

Tras un análisis exhaustivo de las correlaciones simples y parciales, se seleccionó el modelo SARIMAX más destacado, representado como  $SARIMA(0, 1, 2) \times (0, 1, 1)_7$ , correspondiente al sexto ajuste de la serie. Este modelo fue elegido no solo por los patrones identificados en los gráficos de autocorrelaciones, sino también por su desempeño en términos del criterio de Akaike, siendo el mejor entre los modelos evaluados. En la Figura 5.7, se observa una correlación significativa en el retardo 14; sin embargo, considerando que de cada 20 correlaciones al menos una podría surgir por error aleatorio (y hasta 5 de cada 100 es aceptable), este resultado se consideró adecuado para el modelo.

Los coeficientes estimados del modelo son los siguientes:  $MA(1) = -0,4154$  (s.e. 0,0293),  $MA(2) = -0,2166$  (s.e. 0,0325),  $SMA(1) = -0,9928$  (s.e. 0,0147), y un término exógeno asociado al efecto calendario  $X_{reg} = 1,7174$  (s.e. 0,2513). En este ajuste, se incorporaron los valores atípicos tanto compactados como variables exógenas ( $X$ -Reg) y mediante componentes principales ( $PCA$ ). Sin embargo, al verificar la significancia estadística de los coeficientes estimados, utilizando un intervalo de confianza del 95 %, se encontró que los términos relacionados con los valores atípicos no eran significativos. Por lo tanto, el modelo final retuvo únicamente la influencia del efecto calendario. Abordamos lo correspondiente a los atípicos en paginas subsiguientes.

El modelo presenta una varianza del error de  $\sigma^2 = 3,095$ , un log-verosimilitud de  $-2198,9$ , y criterios de información que reflejan una buena parsimonia:  $AIC = 4407,92$ ,  $AICc = 4407,97$ , y  $BIC = 4432,94$ . Los resultados adicionales se detallan en la Tabla 5.3.

Categoría	Test			
	Ljung-Box	Media Nula	Jarque Bera	Shapiro-Wilk
Ajuste + Efecto Calendario	0.53	0.22	0.0001	0.0001
Ajuste + E.C. + Atípicos	0.44	0.14	0.0001	0.0001
Modelo SARIMAX: $(1, 0, 0)x(0, 1, 1)_7$ , FOLD: $K_1$				
Categoría	Test			
	Ljung-Box	Media Nula	Jarque Bera	Shapiro-Wilk
Ajuste + Efecto Calendario	0.15	0.91	0.0001	0.0001
Ajuste + E.C. + Atípicos	0.12	0.93	0.0001	0.0001
Modelo SARIMAX: $(0, 1, 1)x(1, 1, 1)_7$ , FOLD: $K_2$				
Categoría	Test			
	Ljung-Box	Media Nula	Jarque Bera	Shapiro-Wilk
Ajuste + Efecto Calendario	0.20	0.73	0.0001	0.0001
Ajuste + E.C. + Atípicos	0.08	0.74	0.0001	0.0001
Modelo SARIMAX: $(0, 1, 2)x(0, 1, 1)_7$ , FOLD: $K_3$				
Categoría	Test			
	Ljung-Box	Media Nula	Jarque Bera	Shapiro-Wilk
Ajuste + Efecto Calendario	0.31	0.97	0.0001	0.0001
Ajuste + E.C. + Atípicos	0.15	0.98	0.0001	0.0001
Modelo SARIMAX: $(0, 1, 2)x(0, 1, 1)_7$ , FOLD: $K_4$				
Categoría	Test			
	Ljung-Box	Media Nula	Jarque Bera	Shapiro-Wilk
Ajuste + Efecto Calendario	0.28	0.89	0.0001	0.0001
Ajuste + E.C. + Atípicos	0.12	0.92	0.0001	0.0001
Ajuste + E.C. + PCA	0.10	0.90	0.0001	0.0001
Modelo SARIMAX: $(0, 1, 2)x(0, 1, 1)_7$ , FOLD: $K_5$				
Categoría	Test			
	Ljung-Box	Media Nula	Jarque Bera	Shapiro-Wilk
Ajuste + Efecto Calendario	0.53	0.22	0.0001	0.0001
Ajuste + E.C. + Atípicos	-	-	-	-
Ajuste + E.C. + PCA	-	-	-	-
Modelo SARIMAX: $(0, 1, 2)x(0, 1, 1)_7$ , FOLD: $K_6$				

Tabla 5.3: Resultados de Ajuste para el Modelo Por Cada Fold.

Para validar el modelo y garantizar su idoneidad para predicciones futuras, se aplicó el test de *Ljung-Box* a los residuos del modelo. Este test evalúa si las autocorrelaciones de los residuos son nulas, lo cual resulta fundamental para confirmar que el modelo captura adecuadamente las estructuras presentes en los datos. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

$$Q^* = 5,5141, \quad df = 4, \quad p\text{-valor} = 0,137.$$

Un *p-valor* de 0.137 indica que no existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis nula de que las autocorrelaciones de los residuos son iguales a cero. Esto respalda que el modelo SARIMAX(0, 1, 2)(0, 1, 1)<sub>7</sub> es adecuado y no presenta problemas significativos de autocorrelación en sus residuos. Además, este resultado se corrobora visualmente en los gráficos de autocorrelaciones (Figura 5.7), donde las correlaciones de los residuos se encuentran dentro de los intervalos de confianza.

Por lo que modelo propuesto satisface tanto los criterios estadísticos como visuales, lo que lo valida como una herramienta confiable para la predicción de la serie temporal. Cabe destacar que este test y sus conclusiones se aplicaron consistentemente a cada uno de los modelos ajustados durante el análisis. Tabla 5.3

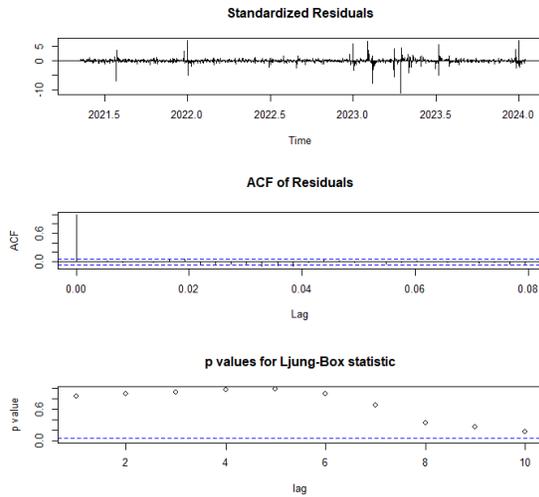


Figura 5.8: Gráfica residuos estandarizados, ACF de los residuos y estadístico *Ljung-Box*

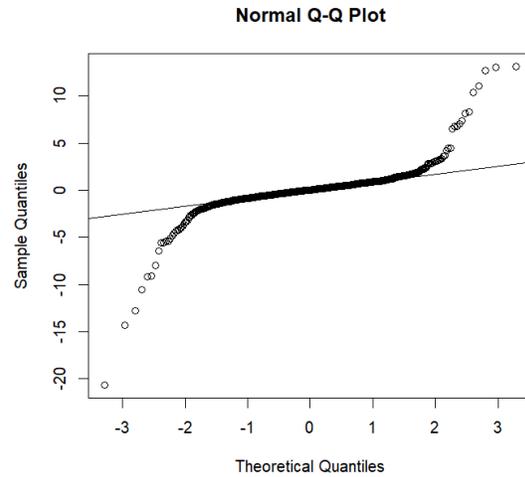


Figura 5.9: Gráfico QQ-Plot

Tras confirmar la validez del modelo SARIMA propuesto, específicamente el SARIMAX(0, 1, 2)(0, 1, 1)<sub>7</sub>, se llevaron a cabo pruebas adicionales para evaluar propiedades fundamentales de los residuos, como su media y distribución. Una de las pruebas aplicadas fue el *t-test* para contrastar si la media de los residuos es significativamente diferente de cero. Los resultados del *t-test* arrojaron un valor  $t = 0,222$  con  $df = 989$  y un  $p\text{-valor} = 0.896$ , lo que indica que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de que la media de los residuos es cero. Adicionalmente, el intervalo de confianza al 95 % se estimó en  $[-0,0962189, 0,1099584]$ , con una media muestral de 0,006869751. Estos resultados son consistentes con un modelo bien ajustado en términos de media residual.

Posteriormente, se evaluó la normalidad de los residuos mediante dos pruebas: el *Jarque-Bera Test* y el *Shapiro-Wilk Test*. Los resultados del *Jarque-Bera Test* indicaron un  $p\text{-valor} < 2,2 \times 10^{-16}$ , mientras

que el *Shapiro-Wilk Test* también mostró un  $p$ -valor  $< 2,2 \times 10^{-16}$ . Ambos resultados evidencian una clara desviación de la normalidad en la distribución de los residuos.

La Figura 5.9 ilustra esta falta de gaussianidad en los residuos. Aunque esta desviación no compromete la validez del modelo en términos de predicción media, implica que, para generar intervalos de predicción confiables, será necesario recurrir a técnicas de *bootstrap*. Este método permite generar distribuciones empíricas de predicciones a partir de remuestreos de los residuos observados, compensando la falta de normalidad y proporcionando intervalos de predicción robustos y precisos, adecuados para evaluar la incertidumbre asociada a las predicciones.

### Valores Atípicos (*Outliers*).

Al concluir los análisis previos sobre la serie temporal, que incluyeron evaluaciones detalladas de estacionalidad, tendencia y ruido aleatorio, así como la validación del modelo SARIMAX  $(0, 1, 2)(0, 1, 1)_7$ , se identificaron valores atípicos que podrían integrarse al modelo como variables exógenas (Sección 2.4). La incorporación de estos valores atípicos como variables exógenas tiene el potencial de mejorar la precisión del modelo al capturar eventos excepcionales que no son explicados por la dinámica regular de la serie. Sin embargo, tras realizar pruebas exhaustivas utilizando herramientas de la biblioteca `tsoutliers` (Anexo, Tabla A1), se constató que incluir todas las variables relacionadas con los valores atípicos podría resultar en un sobreajuste del modelo. Este fenómeno ocurre cuando el modelo se ajusta excesivamente a los datos observados, capturando ruido en lugar de la verdadera estructura subyacente, lo que compromete su capacidad de generalización.

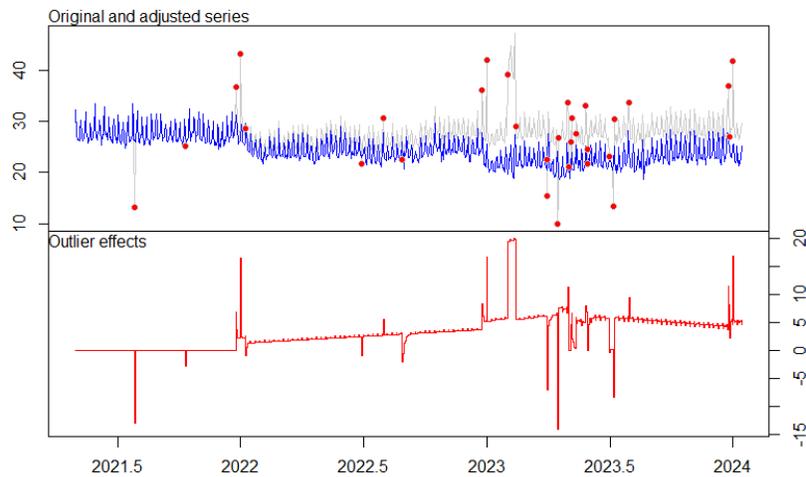


Figura 5.10: Serie original y Ajustada por TSO; Efecto de los *Outliers*.

Para abordar este desafío, se implementó una estrategia basada en la compactación de los valores atípicos en una sola variable exógena. Esta reducción no solo permitió simplificar el modelo, sino también mitigar el riesgo de sobreajuste. Adicionalmente, se exploró la representación de los valores atípicos mediante el uso de Análisis de Componentes Principales (PCA). Este enfoque permitió extraer las primeras componentes principales, que capturan la mayor parte de la variabilidad esencial de los datos, y utilizarlas como variables exógenas en el modelo, al hacerlo, se logró reducir la dimensionalidad de los datos, representando los valores atípicos como factores latentes que suavizan su impacto sin

eliminarlos directamente (Subsección 3.3.2). Esta estrategia equilibró la necesidad de modelar los efectos de los valores atípicos con la de preservar la capacidad de generalización del modelo.

Para abordar esta problemática, se implementó un procedimiento de selección de valores atípicos significativos mediante el método denominado *en-masse*, disponible en la función `TS0` del paquete `TsOutliers`. Este enfoque consiste en incluir inicialmente el conjunto completo de valores atípicos como variables regresoras, tras lo cual se ajusta nuevamente el modelo. Aquellos valores atípicos que no resultan significativos, según un nivel crítico especificado (*c-val*), son eliminados iterativamente. Este proceso se repite hasta que todos los valores atípicos restantes sean estadísticamente significativos en el modelo final. Este procedimiento garantiza que únicamente los *outliers* realmente relevantes sean considerados, evitando la inclusión de variables innecesarias que podrían comprometer la parsimonia y la capacidad predictiva del modelo.

El valor de  $c\text{-val} = 3,5$  no es arbitrario, ya que corresponde aproximadamente a un nivel de confianza del 99.95 % para una distribución normal estándar, suponiendo que los residuos del modelo se distribuyen normalmente. En términos de desviaciones estándar (*z-scores*), un valor de 3.5 se interpreta como:

$$P(|Z| > 3,5) \approx 0,0005,$$

En muestras pequeñas ( $n \leq 50$ ), un valor de  $c\text{-val} = 3,0$  puede ser suficiente debido a que las distribuciones tienden a ser más dispersas. Por otro lado, en muestras grandes ( $n \geq 450$ ), un valor de  $c\text{-val} = 4,0$  es más adecuado, ya que las distribuciones se concentran más cerca de la media. En nuestro caso, con una  $n$  que supera los 1000 días, se adopta un  $c\text{-val} = 4$  para garantizar un nivel de confianza óptimo y una identificación precisa de los *outliers*. Aunque las innovaciones de nuestro modelo no son estrictamente gaussianas, el método implementado en la rutina de `TS0` (López-de-Lacalle, 2024) ajusta automáticamente el valor crítico  $c\text{-val}$  según el tamaño de la muestra ( $n$ ), lo que refuerza la robustez del procedimiento aplicado.

$$P(|Z| > 4) = 2 \cdot (1 - \Phi(4)),$$

donde  $\Phi(4)$  es la función de distribución acumulativa de la distribución normal estándar evaluada en  $Z = 4$ . Para  $Z = 4$ , se obtiene:

$$\Phi(4) = 0,99,$$

y por lo tanto:

$$P(|Z| > 4) = 2 \cdot (1 - 0,999968) = 0,00006.$$

Esto implica un nivel de confianza del:

$$\text{Nivel de Confianza} = (1 - P(|Z| > 4)) \cdot 100 = 99,9937\%.$$

Este altísimo nivel de confianza aseguro que los valores atípicos seleccionados representan eventos excepcionales verdaderos, minimizando la inclusión de puntos que puedan ser considerado simplemente ruido aleatorio.

Tabla 5.4: Parámetros del Modelo ARIMA con *Outliers*

Parámetro	Valor Estimado	Error Estándar	Parámetro	Valor Estimado	Error Estándar
AO89	-13.0272	0.6832	LS642	13.8310	0.6032
AO164	-2.8036	0.6821	LS654	-14.2427	0.6038
IO239	6.8558	0.7965	TC700	-4.0941	0.7320
AO246	13.9801	0.6809	AO701	-10.7302	0.6878
IO254	-3.3535	0.7969	IO716	-20.5967	0.7909
AO426	-3.5083	0.6799	LS718	7.3017	0.6012
AO458	2.8899	0.6834	IO731	4.2071	0.7949
LS733	-8.4564	0.6295	TC736	4.3204	0.7731
AO737	4.3526	0.6900	LS743	5.3873	0.6296
IO758	3.5637	0.7924	TC760	-2.7532	0.7267
AO761	-4.0396	0.6875	LS792	-5.5221	0.6051
AO799	-8.8173	0.7600	LS800	5.7121	0.6713
AO822	3.7471	0.6827	IO969	7.1739	0.7887
IO971	-4.2567	0.7894	AO976	11.5059	0.6884

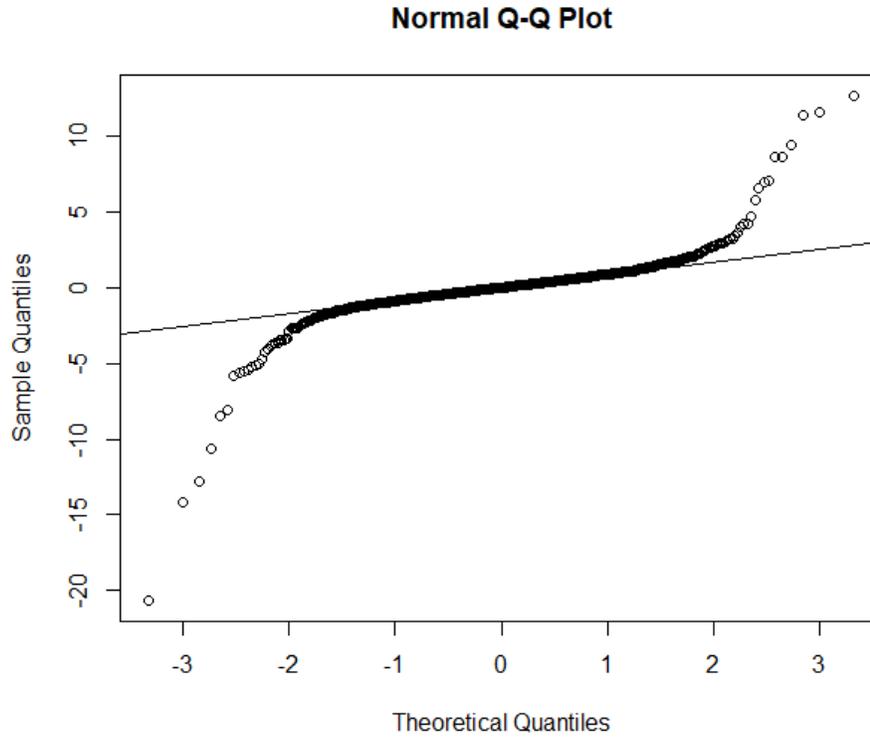


Figura 5.11: QQ-Plot Ajuste con Representación en PCA.

El proceso implementado por la función `TS0` culmina con la detección de los valores atípicos y la propuesta de un modelo que incluye estos *outliers* como variables exógenas individuales. Sin embargo, uno de los principales desafíos al emplear un gran número de variables exógenas (Tabla 5.4) es la tendencia al sobreajuste del modelo, tal como se discutió en secciones anteriores. Este problema surge debido al elevado consumo de grados de libertad —28 valores atípicos identificados— y la complejidad añadida al modelo ajustado por la rutina.

A pesar de estas limitaciones, los resultados del *Ljung-Box test* aplicado a los residuos del modelo sugieren que no existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis nula de independencia de los residuos, obteniendo un *p*-valor de 0.7933 y un total de 222 grados de libertad utilizados. Esto indica que los residuos no presentan autocorrelación significativa, validando parcialmente el modelo. Sin embargo, el elevado consumo de grados de libertad sigue siendo una preocupación relevante, ya que podría reflejar una complejidad excesiva que comprometa la capacidad de generalización del modelo.

Así mismo podemos ver que luego de esto la Figura 5.11 perteneciente a un gráfico QQ-Plot que compara los cuantiles de los datos muestrales con los cuantiles teóricos de una distribución normal estándar. La mayoría de los puntos se alinean cerca de la línea diagonal, lo que indica que los residuos del modelo presentan un comportamiento aproximadamente normal. Sin embargo, se observan algunas desviaciones en los extremos, lo que podría reflejar la presencia de valores atípicos o una ligera falta de ajuste en las colas de la distribución, lo que llevaría a la falta de gaussianidad.

Para abordar esta problemática, se propone integrar los valores atípicos (*outliers*) como variables exógenas utilizando el Análisis de Componentes Principales (PCA), como se detalla en el apartado 3.3.2. Este enfoque permite transformar los *outliers* en factores explicativos latentes, lo que reduce significativamente el número de variables requeridas. Además, proporciona una representación más compacta y robusta de la influencia de los valores atípicos en la serie temporal, mitigando el riesgo de sobreajuste y mejorando la capacidad de generalización del modelo predictivo. Este método no solo preserva la esencia de los efectos de los atípicos, sino que también simplifica la estructura del modelo, haciéndolo más eficiente y fiable para tareas de predicción.

Siguiendo este enfoque, se procedió a ajustar el modelo utilizando dos componentes principales (*PCs*) derivadas del Análisis de Componentes Principales (PCA). El modelo propuesto se expresa como:

$$y_t = \phi_0 + MA_1\varepsilon_{t-1} + MA_2\varepsilon_{t-2} + SMA_1\varepsilon_{t-s} + \beta_1PC_1 + \beta_2PC_2 + \beta_3EC_t + \varepsilon_t$$

Donde:

- $y_t$ : Variable dependiente (serie temporal que estamos modelando).
- $\phi_0$ : Término constante del modelo.
- $MA_1, MA_2$ : Coeficientes de los términos de media móvil no estacional, que capturan el impacto de los errores rezagados en los pasos 1 y 2, respectivamente.
- $SMA_1$ : Coeficiente del término de media móvil estacional, que captura el impacto de los errores rezagados en un período estacional ( $s$ ).
- $\varepsilon_t$ : Término de error aleatorio en el tiempo  $t$ .

- $PC_1, PC_2$ : Variables regresoras externas con sus coeficientes  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , que representan factores explicativos externos al modelo.
- $EC_t$ : Variable regresora que captura el efecto calendario (por ejemplo, días festivos o patrones periódicos específicos), con su coeficiente  $\beta_3$ .

Tras ajustar el modelo SARIMAX propuesto, se constató que las componentes principales ( $PC1$ ) y ( $PC2$ ) no eran significativamente distintas de cero según los criterios estadísticos. Esto se determinó al observar que los coeficientes asociados a estas componentes no superaban, en valor absoluto, 1.96 veces su error estándar. Este hallazgo sugiere que dichas componentes no contribuyen de manera relevante al modelo, lo cual permite su eliminación sin afectar sustancialmente el ajuste. La eliminación de estas componentes conduce a un modelo más parsimonioso, que mantiene un desempeño similar pero con un menor consumo de grados de libertad. Esto resulta en una mayor eficiencia, simplicidad y robustez del modelo. Una conclusión similar se obtuvo al compactar los valores atípicos en una única variable exógena ( $X-Reg$ ), lo que produjo resultados equivalentes.

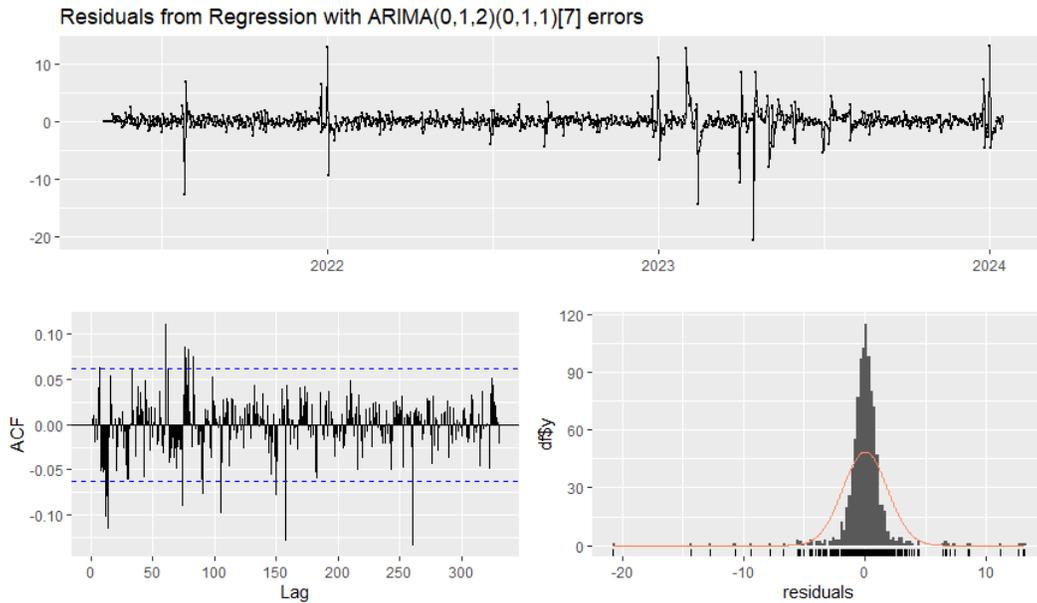


Figura 5.12: Ajuste SARIMAX utilizando PCA como Variables Exógenas.

Hecho esto tendríamos:

$$y_t = \phi_0 + MA_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + MA_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + SMA_1 \cdot \varepsilon_{t-s} + \beta_3 \cdot EC_t + \varepsilon_t$$

Con un  $p$ -valor de 0.13 para el modelo SARIMAX  $(0, 1, 2) \times (0, 1, 1)_7$ , ajustado bajo el  $fold K_6$ , se considera que este modelo es un candidato sólido para realizar predicciones. Este resultado sugiere que el efecto de los valores atípicos, representados tanto mediante PCA como en una variable compactada ( $X-Reg$ ), no impacta significativamente en la mejora del modelo. Además, el modelo ha superado tanto las pruebas estadísticas como visuales, incluida la prueba de *Ljung-Box*, lo que refuerza su validez.

Adicionalmente, y como se dijo con anterioridad antes de los atípicos, se verificaron otras pruebas clave, como la evaluación de la media nula de los residuos, confirmada estadísticamente. Sin embargo,

se volvió a observar la no normalidad de los residuos, con distribuciones que presentan colas pesadas debido a los valores atípicos en la serie temporal. Esto puede apreciarse en la Figura 5.12, donde la distribución de densidad de los residuos refleja este comportamiento. A pesar de ello, las pruebas estadísticas indican que estos valores atípicos no afectan de manera significativa el ajuste del modelo, consolidando su idoneidad para tareas de predicción.

**Predicciones:**

Dado que el modelo ha sido validado en términos estadísticos, se procedió a evaluar su capacidad para realizar predicciones (*forecasting*) a distintos horizontes temporales. Tal como se discutió en la Sección 2.5, estudios previos en contextos similares han demostrado un desempeño satisfactorio en horizontes de predicción de 7, 15 y 30 días. En nuestro análisis, y considerando los ajustes realizados, las predicciones fueron generadas utilizando los diferentes  $K_i$  *folds*, que dividen la data en conjuntos de entrenamiento y validación, siguiendo el procedimiento descrito en la Subsección 3.4.3 y ejemplificado en la Tabla 4.2.

Las métricas de evaluación empleadas incluyen el RMSE , MAE , MAPE y MASE. Estas métricas permiten evaluar de manera integral el error absoluto, relativo y escalado del modelo en los diferentes horizontes temporales. Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

Tabla 5.5: Métricas de Desempeño del Modelo por Horizonte Temporal de Predicción

Horizonte	RMSE	MAE	MAPE (%)	MASE
7 días	0.6648	0.5049	1.72	0.2054
15 días	0.8899	0.6589	2.2988	0.2668
30 días	0.6747	0.5200	2.3419	0.2733

Los resultados presentados en la Tabla 5.5 demuestran que el modelo tiene un excelente desempeño en horizontes cortos, particularmente a 7 días, donde tanto el RMSE como el MAE son considerablemente bajos, y el MAPE indica un error porcentual promedio de apenas **1.72 %**. Este desempeño resalta la capacidad del modelo para manejar predicciones a corto plazo, cumpliendo con las expectativas planteadas. Estos resultados también refuerzan las suposiciones discutidas previamente en la Sección 2.5, donde se anticipó un buen desempeño en horizontes cortos debido a la naturaleza de los datos y la estructura del modelo.

Al extender el horizonte de predicción a 30 días, las métricas muestran un incremento en los errores, lo cual es esperable en series temporales. A pesar de ello, el MAPE se mantiene en niveles bajos y aceptables, alcanzando un **2.34 %**, lo que evidencia una pérdida de precisión a medida que se amplía el horizonte temporal. Este valor, aunque casi duplica el error observado en el horizonte de 7 días, sigue siendo razonable y resalta la solidez del modelo para realizar predicciones en escenarios más desafiantes.

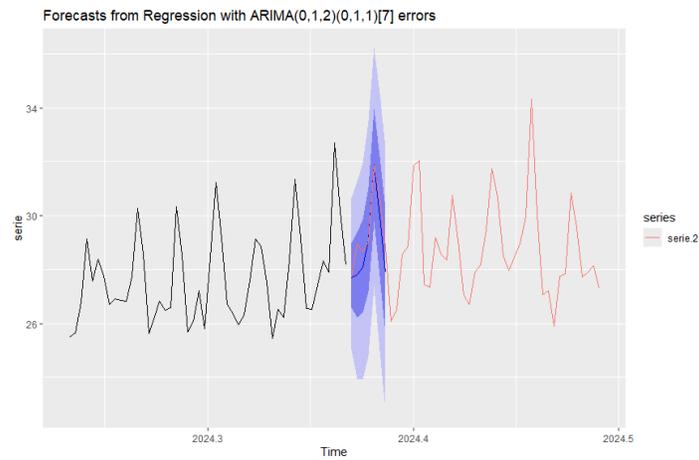


Figura 5.13: Predicciones de SARIMAX:  $(0, 1, 2) \times (0, 1, 1)_7$  a 7 días.

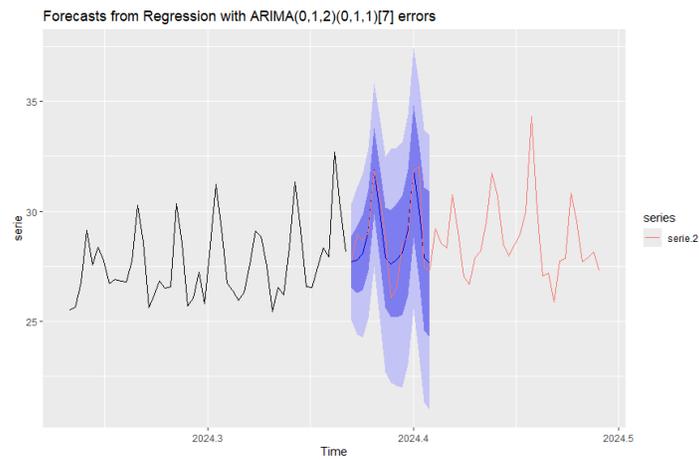


Figura 5.14: Predicciones de SARIMAX:  $(0, 1, 2) \times (0, 1, 1)_7$  a 15 días.

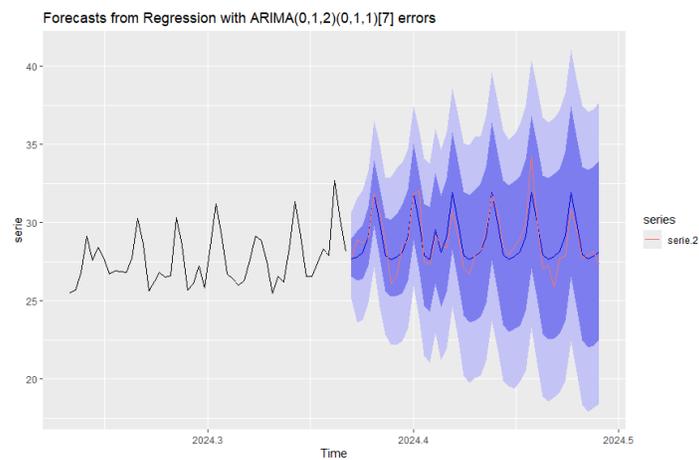


Figura 5.15: Predicciones de SARIMAX:  $(0, 1, 2) \times (0, 1, 1)_7$  a 30 días.

Horizontes	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	Test
7	3.58	3.24	1.40	2.22	2.69	1.72
15	3.07	2.25	1.92	4.82	2.04	2.2988
30	3.88	2.36	2.14	5.94	1.81	2.3419

Tabla 5.6: MAPE por Horizontes y División de Dataset Entrenamiento-Validación.

Hacia la primera semana de predicciones (*horizonte a 7 días*, Tabla 5.5), los intervalos de confianza generados por el modelo muestran una consistencia notable y capturan adecuadamente la incertidumbre asociada a las predicciones, como se observa en la Tabla 5.7. La amplitud de los intervalos aumenta ligeramente hacia los últimos días, comenzando con 8,24 en el Día 1 y alcanzando 11,35 en el Día 7. Este comportamiento refleja una incertidumbre creciente a medida que se avanza en el horizonte temporal. Sin embargo, lo destacado es que los valores observados caen dentro del intervalo de confianza predicho en todos los días analizados, tal como se refleja en las gráficas, lo que valida la robustez del modelo y su capacidad para proporcionar predicciones confiables.

Tabla 5.7: Resultados de Predicción y Validación para la Semana 2024-05-15 al 2024-05-22

Día	Valores				Intervalos
	Valor Real	Predicción	Límite Inferior	Límite Superior	Amplitud
Día 1	27.84989	29.16940	24.73568	32.97800	8.24232
Día 2	30.83813	31.93013	27.25608	36.05797	8.80189
Día 3	29.53932	30.01816	24.91138	34.03183	9.12045
Día 4	27.72293	27.94766	22.71396	32.45135	9.73739
Día 5	27.89871	27.67247	22.02996	32.17427	10.14431
Día 6	28.14285	27.86428	21.83954	32.86591	11.02637
Día 7	27.31278	28.15980	22.03633	33.39005	11.35372

El modelo presenta un desempeño destacado en horizontes de predicción cortos y moderados, lo que refuerza su utilidad práctica en contextos donde la precisión a corto plazo es crítica, como en la planificación operativa o la asignación de recursos en sistemas sensibles al tiempo. Este desempeño se refleja en la capacidad del modelo para ajustarse dinámicamente, como fue evidente durante el proceso de *Time Series Cross-Validation* (TSCV) descrito en la Subsección 3.4.3, donde los parámetros se ajustaron progresivamente a medida que se incorporaron más datos en las iteraciones de validación. Este ajuste dinámico permitió que el modelo mejorara sus predicciones al tiempo que mantenía un control sobre el error.

Aunque los intervalos de confianza son consistentes y precisos en horizontes cortos, al extender el horizonte temporal, los errores incrementan de manera esperada, tal como se discutió previamente en la sección 2.5. Esto subraya la importancia de explorar estrategias que permitan gestionar adecuadamente la incertidumbre inherente a predicciones de mayor alcance, tales como el uso de modelos híbridos o la integración de técnicas de *bootstrap* para intervalos más robustos.

Dado el buen desempeño general del modelo en las predicciones a nivel global, se decidió extender el análisis para abordar preguntas más específicas relacionadas con la operación del Sistema 911. En este contexto, la serie temporal se separó en función de la prioridad de las asistencias (*Prioridad 1* y *Prioridad 2*), permitiendo el ajuste de modelos SARIMAX independientes para cada grupo. Este enfoque posibilitó un análisis más detallado de las dinámicas particulares asociadas a cada tipo de asistencia, proporcionando información más precisa para la toma de decisiones operativas.

Durante este proceso, se observó que la configuración del modelo permaneció prácticamente inalterada ( $SARIMA(0, 1, 2) \times (0, 1, 1)_7$ ) en comparación con el ajuste original aplicado a la serie general. Sin embargo, una diferencia clave radicó en que, para estas series separadas, la segunda componente principal (*PC2*) se identificó como el factor exógeno más significativo para capturar la influencia de los valores atípicos. Por igual sucedió con el mismo ajuste pero teniendo los atípicos como una *X-Reg* compactada con todos ellos. Este hallazgo refuerza la importancia de adaptar los modelos a las particularidades de subgrupos de datos, destacando que tales enfoques pueden mejorar significativamente la precisión de las predicciones y proporcionar información operativa más útil para la gestión y planificación de recursos en emergencias del Sistema 911.

Cabe destacar que el procedimiento descrito utilizó las mismas técnicas de imputación de datos faltantes y detección de valores atípicos desarrolladas previamente en la Sección 5.1, garantizando consistencia metodológica y comparabilidad entre los análisis realizados.

Teniendo nuestro modelo ajustado, se procedió a realizar las predicciones específicas para la Zona Metro Prioridad 1, cuyos resultados se presentan en la Tabla 5.8. Durante la tercera semana del horizonte analizado (15-05-2024 al 22-05-2024), se observó un error significativamente mayor, con un MAPE de **2.39%** y un MASE de **0.45**. Este comportamiento, en comparación con el modelo general para el mismo intervalo temporal ( $MAPE = 1,72\%$ ), refleja un incremento notable debido al número de asistencias, como se aprecia en la Figura 5.28. Este aumento inesperado generó un mayor desvío en las predicciones iniciales.

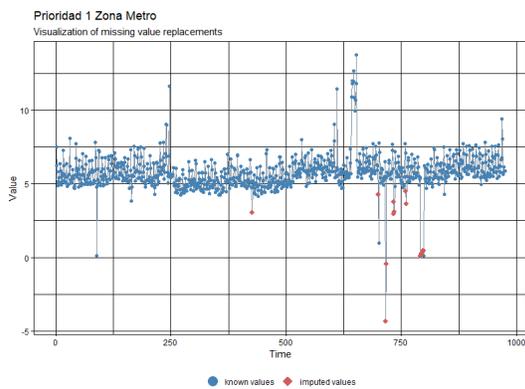


Figura 5.16: Zona Metro Prioridad 1

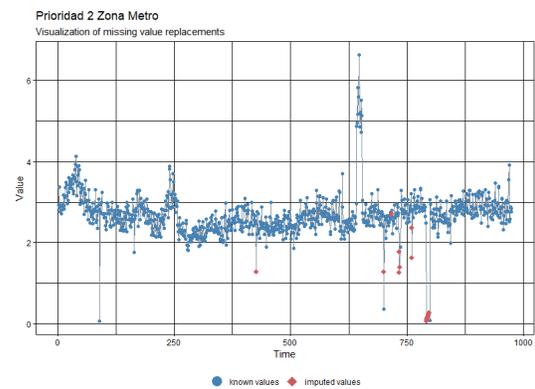


Figura 5.17: Zona Metro Prioridad 2

Figura 5.18: Imputación de datos faltantes en Series divididas por Zona y Prioridad.

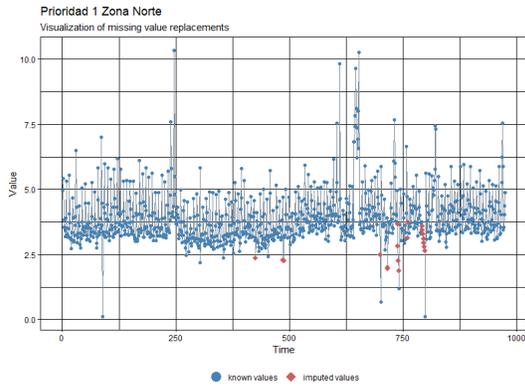


Figura 5.19: Zona Norte Prioridad 1

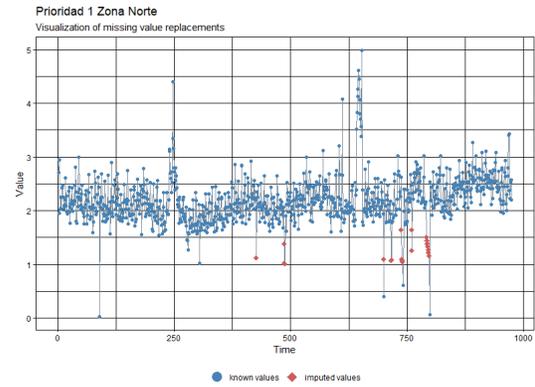


Figura 5.20: Zona Norte Prioridad 2

Figura 5.21: Imputación de datos faltantes en Series divididas por Zona y Prioridad.

Sin embargo, mediante el enfoque de ventana deslizante, se evidenció que al incorporar nuevos datos para el entrenamiento del modelo, el error en las semanas posteriores disminuyó progresivamente. Por ejemplo, en la cuarta semana (30-05-2024 al 05-06-2024), el MAPE se redujo a **2.03 %**, mientras que en la sexta semana (13-06-2024 al 19-06-2024) alcanzó un valor mínimo de **1.71 %**. Esto pone de manifiesto la capacidad del modelo para ajustar sus predicciones de manera eficiente al incluir más datos y corregir los efectos de eventos atípicos, logrando una mejora sostenida en la precisión.

Es importante destacar que, aunque se observa un ligero incremento en el MAPE durante la última ventana analizada (20-06-2024 al 28-06-2024, con un **MAPE de 2.80 %**), el modelo mantiene un desempeño sólido en términos generales, dentro de niveles aceptables de error. Este comportamiento es consistente con las características dinámicas de las series temporales y refuerza la utilidad del enfoque de ventana deslizante para mejorar la precisión de predicciones en contextos operativos.

Tabla 5.8: Métricas de Desempeño del Modelo Metro Prioridad 1, Ventanas Deslizante de 7 Días

Periodo	MAPE (%)	MASE
15-05-24 al 22-05-24	2.39	0.45
23-05-24 al 29-05-24	2.97	0.55
30-05-24 al 05-06-24	2.03	0.38
06-06-24 al 12-06-24	1.84	0.35
13-06-24 al 19-06-24	1.71	0.34
20-06-24 al 28-06-24	2.80	0.51

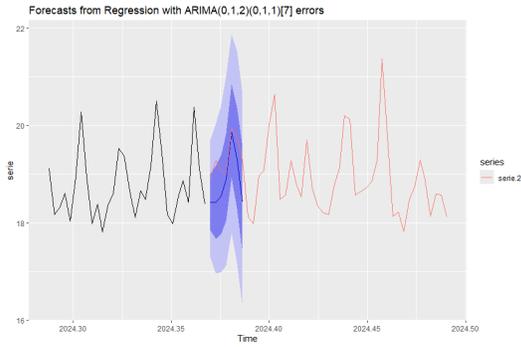


Figura 5.22: Predicciones 15-05-24 al 22-05-24.

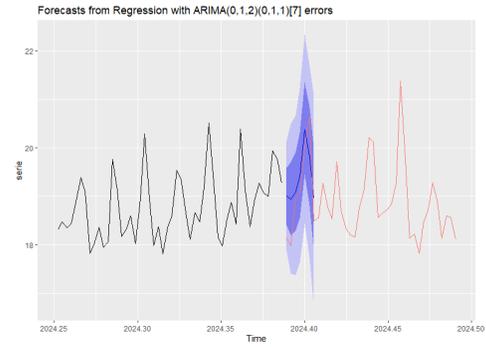


Figura 5.23: Predicciones 23-05-24 al 29-05-24.

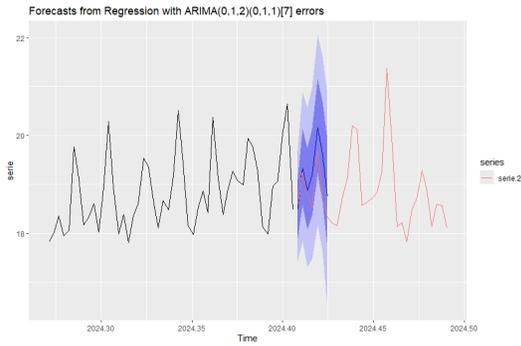


Figura 5.24: Predicciones 30-05-24 al 05-06-24.

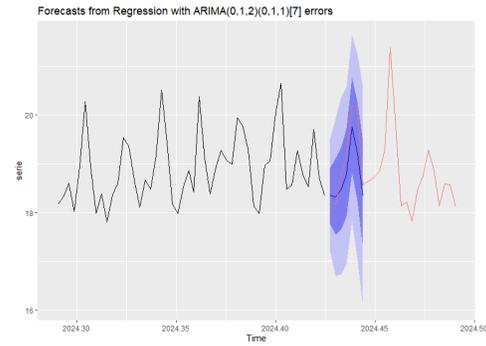


Figura 5.25: Predicciones 06-06-24 al 12-06-24.

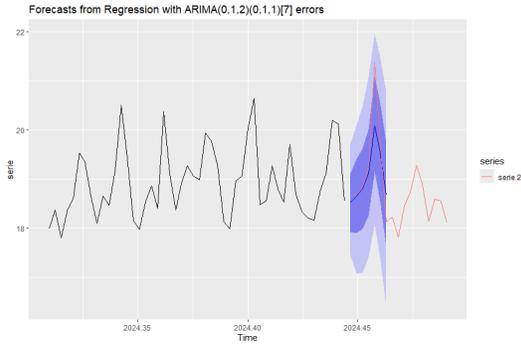


Figura 5.26: Predicciones 13-06-24 al 19-06-24.

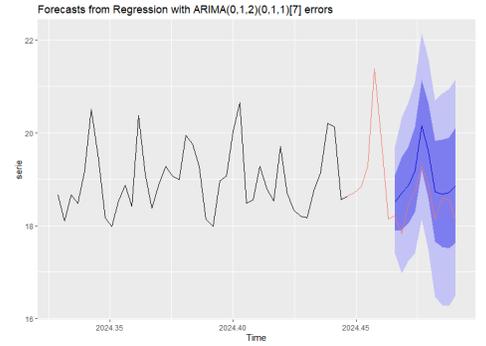


Figura 5.27: Predicciones 20-06-24 al 28-06-24.

Figura 5.28: Predicciones por ventana deslizante de 7 días.

El uso de ventanas deslizantes de 7 días permite al modelo adaptarse a eventos recientes y mitigar el impacto de valores atípicos previos, como el del Año Nuevo, Feriados locales o simplemente picos. Este enfoque es especialmente útil para sistemas operativos como las asistencias de emergencia, donde es crucial contar con predicciones precisas y adaptables a corto plazo.

Análogamente y como se hizo para el modelo general en este caso como habíamos dicho con Zona Metro Prioridad 1, veremos los resultados obtenidos prediciendo a varios de los horizontes como lo

hicimos en el modelo general para un horizonte de 7-15-30 días, y como se ve en Tabla 5.5, donde el MAPE fue de **1.72 %** y el MASE de **0.20**, se puede apreciar que las predicciones en la segunda y tercera ventana expandida fueron perdiendo precisión y teniendo un error mas grande. No obstante en esta serie y en general en estas sub-series de prioridad vimos como la tendencia a cometer mayor error en el primer horizonte y trabajar mejor en la expansión a 15-30 días era constante (Tabla 5.9), esto debió unos días con altos numero de asistencias que luego de ajustarse en el modelo vemos que trabaja mejor, como vimos en la Figura 5.28.

El uso de ventanas deslizantes de 7 días ha demostrado ser una estrategia efectiva para adaptar el modelo a eventos recientes, mitigando así el impacto de valores atípicos previos como los observados en fechas especiales, tales como el Año Nuevo o feriados locales. Este enfoque es particularmente relevante en sistemas operativos sensibles al tiempo, como las asistencias de emergencia, donde la precisión y adaptabilidad a corto plazo son cruciales.

Al igual que en el modelo general, se evaluaron los resultados de predicción en diferentes horizontes temporales (7, 15 y 30 días) para la serie correspondiente a la Zona Metro Prioridad 1. Como se observa en la Tabla 5.9, el MAPE y el MASE iniciales en el horizonte de 7 días fueron de **2.39 %** y **0.45**, respectivamente, utilizando PCA, y de **2.47 %** y **0.47** con  $X - Reg$ . Estos valores muestran un ligero incremento en el error con respecto al modelo general en este horizonte, donde el MAPE fue de **1.72 %** y el MASE de **0.2054** (Tabla 5.5).

Sin embargo, al expandir el horizonte temporal a 15 y 30 días, se observa una mejora significativa en el desempeño del modelo específico de Zona Metro Prioridad 1. Para el horizonte de 30 días, el MAPE se redujo a **1.81 %** utilizando PCA y a **1.84 %** con  $X - Reg$ , valores notablemente inferiores al error correspondiente del modelo general en el mismo horizonte (**2.34 %**). Esto sugiere que la integración de componentes principales o la agrupación de valores atípicos como  $X - Reg$  permitieron al modelo ajustarse de manera más eficiente, capturando patrones relevantes para esta subserie.

Tabla 5.9: Métricas de Desempeño del Modelo por Horizonte Temporal de Predicción Prioridad 1 ZM

Horizonte	MAPE (%) $X - Reg$	MASE $X - Reg$	MAPE (%) PCA	MASE PCA
7 días	2.47	0.47	2.39	0.45
15 días	2.17	0.41	2.11	0.40
30 días	1.84	0.35	1.81	0.35

Aunque el modelo con la serie general mostró un mejor desempeño en horizontes cortos, el modelo ajustado para la Zona Metro Prioridad 1 logró superar al modelo general en horizontes más largos. Este comportamiento destaca la capacidad del enfoque específico de captar las particularidades de subgrupos de datos. Además, la inclusión de valores atípicos permitió mejorar la precisión y adaptabilidad del modelo.

La naturaleza de las series temporales analizadas, tanto para las zonas (Metro y Norte) como para las prioridades (1 y 2), revela patrones de comportamiento similares que se traducen en predicciones y efectos de valores atípicos muy consistentes entre sí. Esta homogeneidad en la dinámica subyacente implica que, a pesar de las diferencias en el número absoluto de asistencias entre las zonas y prioridades, los modelos ajustados presentan resultados comparables en términos de métricas de desempeño.

Un aspecto destacable es el comportamiento de las predicciones en la ultima semana Junio (Véase la Tabla 5.8), donde el error de predicción fue significativamente más alto en comparación con semanas

anteriores que coinciden en predicciones a horizonte 30 y 15, donde este iba en decaída dado el ajuste de la ventana deslizante donde el error de el horizonte 30 era de 1,81 % (Tabla: 5.9)). Este comportamiento se explica principalmente por el impacto de una fecha que altero el comportamiento a finales de este mes (Figura 5.29), un evento que introduce un comportamiento atípico en la serie debido a un aumento extraordinario en el número de asistencias. Este efecto se refleja claramente en un aumento del MAPE considerablemente (2,80 %), y un efecto como el que se muestra donde el comportamiento anómalo es señalado en color naranja.

La naturaleza de las series temporales analizadas para las diferentes zonas (Metro y Norte) y prioridades (1 y 2) demuestra patrones de comportamiento notablemente similares, lo que se traduce en predicciones y efectos de valores atípicos consistentes entre sí. Esta homogeneidad en la dinámica subyacente implica que, a pesar de las diferencias en el número absoluto de asistencias entre las distintas categorías, los modelos ajustados ofrecen resultados comparables en términos de métricas de desempeño, reforzando la aplicabilidad general de los enfoques propuestos.

Un aspecto destacable es el comportamiento de las predicciones durante la última semana de junio (véase la Tabla 5.8), donde el error de predicción fue significativamente más alto en comparación con semanas anteriores. Esto contrasta con la tendencia decreciente en los errores observada en horizontes de 30 y 15 días. Por ejemplo, el MAPE para un horizonte de 30 días alcanzó un mínimo de 1,81 % (Tabla 5.9), gracias al ajuste continuo mediante ventanas deslizantes. Sin embargo, durante esta semana específica, el MAPE aumentó considerablemente, alcanzando un 2,80 %, debido al impacto de un evento anómalo que alteró el comportamiento típico de la serie hacia finales del mes.

Este evento, señalado en la Figura 5.29 con color naranja, representa un aumento extraordinario en el número de asistencias, lo que introdujo un comportamiento atípico en la serie temporal. Este efecto se refleja tanto en las métricas de error como en la validación visual.

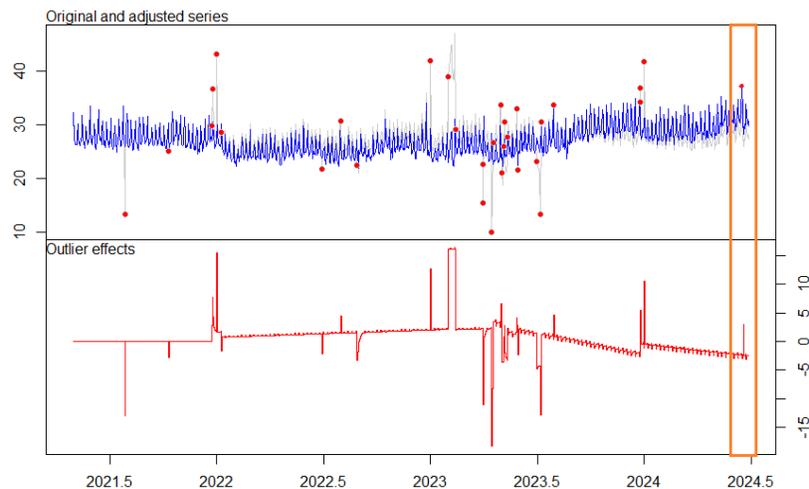


Figura 5.29: Impacto Atípico Junio 2024.

En conclusión el modelo, al incorporar variables exógenas derivadas de valores atípicos mediante PCA, logra capturar parcialmente este efecto, lo que explica la mejora en las métricas de predicción en las semanas siguientes y en sus métricas que aunque no son sustancialmente grandes podemos ver como pueden trabajar versus modelos que solo aplican compactamientos de los atípicos en una  $X - Reg$ .

### 5.3. Metodos Avanzados de Predicción

**Modelo Prophet.** En esta ocasión se empleó el modelo Prophet, introducido por Facebook (Taylor y Letham, 2018), diseñado originalmente para pronosticar datos diarios con estacionalidad semanal y anual, además de efectos asociados a días festivos. Este modelo resulta particularmente adecuado para nuestros datos, dado el análisis realizado previamente en el ajuste del modelo SARIMAX, tal como se describe en la Sección 5.2.

Siguiendo un enfoque análogo, se incorporaron tanto la componente estacional semanal como *El Efecto Calendario* utilizado en el análisis previo y los atípicos, con el objetivo de lograr el mejor ajuste posible. Además, se añadieron tres términos de componentes de Fourier, que es una práctica estándar para capturar la estacionalidad en este tipo de modelos.

Tabla 5.10: MAPE Utilizando Prophet Serie General

Periodo	MAPE (%)
7 días	7.46
15 días	5.52
30 días	4.14

Tabla 5.11: Resultados de Predicción y Validación para Semana de 2024-05-15 al 2024-05-22

Día	Valores				Intervalos
	Valor Real	Predicción	Límite Inferior	Límite Superior	Amplitud
Día 1	27.71317	25.79897	23.16168	28.29270	5.13102
Día 2	28.94362	26.00809	23.46902	28.70095	5.23193
Día 3	28.65066	26.36241	23.67282	28.92460	5.25178
Día 4	29.02174	27.42810	24.70165	30.12688	5.42523
Día 5	31.84397	30.23495	27.68018	32.81264	5.13246
Día 6	30.72094	28.29259	25.66281	30.74190	5.07909
Día 7	28.84597	26.33404	23.85535	28.99849	5.14314

Los resultados obtenidos, evaluados específicamente mediante el MAPE (Tabla 5.10), muestran un desempeño ligeramente inferior al modelo SARIMAX (Tabla 5.5). Mientras que el modelo SARIMAX mostró un incremento del error promedio de aproximadamente un 0.40 % al ampliar el horizonte de predicción, Prophet presentó una reducción significativa del error en horizontes más largos, lo que destaca su mayor capacidad predictiva en casos de horizontes extendidos. Sin embargo, en periodos cortos de 7 días, el modelo SARIMAX ofrece mejores predicciones, como lo demuestra su MAPE de 1,72 % para la semana de 2024-05-15 al 2024-05-22 (Tabla 5.5), frente al 7,46 % obtenido por Prophet (Tabla 5.10).

Como se observa en la Tabla 5.11, los intervalos de confianza son relativamente estrechos, lo que

refleja una predicción precisa con baja incertidumbre. Los límites inferiores y superiores proporcionan un rango bien definido para las predicciones, con amplitudes que oscilan entre 5,079 y 5,425. Esta consistencia en los intervalos sugiere que el modelo mantiene una confianza uniforme en sus predicciones a lo largo de la semana. Además, los valores observados caen dentro de los intervalos de confianza en todos los días analizados, desde el 15 hasta el 22 de mayo de 2024, lo que indica que el modelo captura de manera efectiva la incertidumbre asociada con las predicciones.

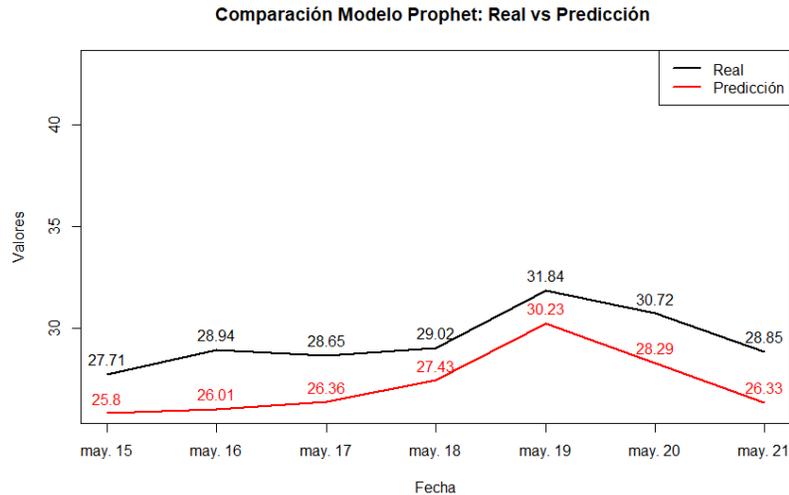


Figura 5.30: Predicción Mediante Prophet.

### Modelo Por Redes Neuronales (RPROP)

Para finalizar el análisis comparativo, se implementó un modelo de redes neuronales basado en *resilient backpropagation* (**RPROP**) (Riedmiller, 1994). Este enfoque de entrenamiento optimiza el ajuste de los pesos mediante gradientes, pero evita problemas asociados con su magnitud, asegurando una convergencia estable y robusta. Gracias a esta técnica, el modelo logra capturar patrones no lineales complejos presentes en la serie temporal.

El modelo se configuró bajo condiciones similares a las empleadas para Prophet y SARIMAX; Claro en este caso por su naturaleza ajustamos otras cosas, como las capas ocultas de las cuales se utilizaron 5, dos entradas principales: los datos observados y los valores atípicos/Efecto calendario previamente identificados en la Sección 5.2. Para asegurar la reproducibilidad, se utilizó una semilla fija (**Semilla = 1**). El modelo alcanzó un error de entrenamiento final de **1.993**, lo que refleja una buena capacidad de ajuste a los datos de entrenamiento. Este resultado se logró tras **4858 iteraciones**, lo que demuestra la estabilidad y eficiencia del algoritmo RPROP.

Antes del entrenamiento, los datos se normalizaron para mejorar el rendimiento del modelo y reducir el costo computacional del proceso de predicción. Posteriormente, los resultados se desnormalizaron para facilitar la interpretación y la comparación con otros modelos. Las predicciones realizadas, como se observa en la Tabla 5.12, muestran una alta precisión, con un **MAPE del 1.63 %** para el período del 15 al 21 de mayo de 2024. Esto posiciona al modelo RPROP como el más preciso entre las opciones evaluadas, superando tanto a SARIMAX como a Prophet en este horizonte temporal.

Para finalizar el análisis comparativo, se implementó un modelo de redes neuronales basado en

*resilient backpropagation* (**RPROP**) (Riedmiller, 1994). Este método de entrenamiento optimiza el ajuste de los pesos mediante gradientes, pero evita problemas asociados con la magnitud de los mismos, garantizando una convergencia estable y robusta. Gracias a esta técnica, el modelo es capaz de capturar patrones no lineales complejos presentes en la serie temporal.

El modelo fue configurado bajo condiciones similares a las empleadas en Prophet y SARIMAX, aunque con ajustes específicos derivados de su naturaleza. En este caso, se emplearon cinco capas ocultas donde dos de las entradas principales: los datos observados y los valores atípicos con efecto calendario previamente identificados en la Sección 5.2. Para garantizar la reproducibilidad del modelo, se utilizó una semilla fija (**Semilla = 1**). Tras un proceso de optimización que requirió **4858 iteraciones**, el modelo alcanzó un error de entrenamiento final de **1.993**, lo cual refleja una excelente capacidad de ajuste a los datos de entrenamiento y la eficiencia del algoritmo RPROP.

Previo al entrenamiento, los datos fueron normalizados para optimizar el rendimiento del modelo y reducir los costos computacionales asociados al proceso de predicción. Posteriormente, las predicciones se desnormalizaron para facilitar su interpretación y comparación con los resultados obtenidos por otros modelos. Como se puede observar en la Tabla 5.12, las predicciones realizadas por el modelo RPROP destacan por su alta precisión, alcanzando un **MAPE del 1.63 %** para el período comprendido entre el 15 y el 21 de mayo de 2024 (Umbral comparativo dado como primera semana de predicción). Este desempeño posiciona al modelo RPROP como el más preciso entre las opciones evaluadas, superando tanto a SARIMAX como a Prophet en este horizonte temporal.

Tabla 5.12: Predicciones vs Valores Reales NN-RPROP

Fecha	Actual	Predicted
2024-05-15	27.71317	28.55716
2024-05-16	28.94362	29.28345
2024-05-17	28.65066	29.10638
2024-05-18	29.02174	29.33110
2024-05-19	31.84397	31.14996
2024-05-20	30.72094	30.40703
2024-05-21	28.84597	29.22415

Tabla 5.13: MAPE Utilizando RPROP en Serie General

Periodo	MAPE (%)
7 días	1.63
15 días	2.49
30 días	2.26

El análisis revela que RPROP maneja excepcionalmente bien los días atípicos, como el evaluado en la Figura 5.29. En intervalos de 30 días, el modelo logra un **MAPE del 2.26 %**, lo que lo posiciona por encima de SARIMAX (2,34 %) y significativamente mejor que Prophet (4,14 %). Este desempeño destaca la utilidad de las redes neuronales como una alternativa robusta a los modelos tradicionales, especialmente en contextos donde los patrones no lineales y los valores atípicos desempeñan un papel importante.

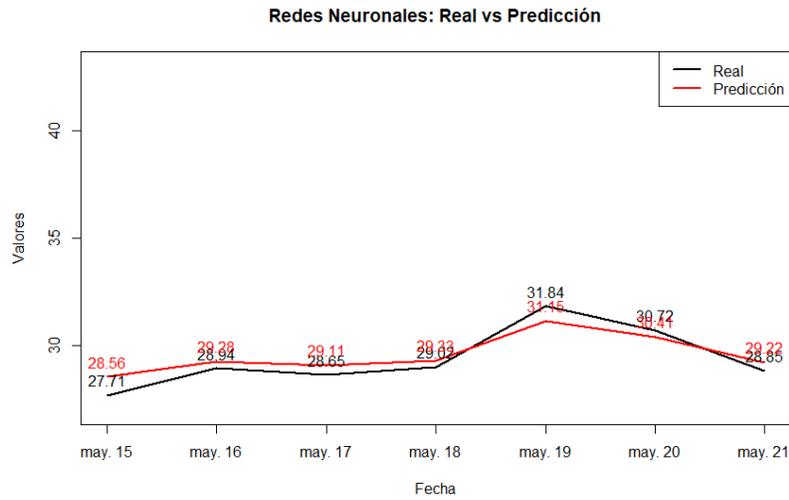


Figura 5.31: Predicción Semana de 2024-05-15 al 2024-05-22 Mediante Redes Neuronales.

El modelo RPROP no solo muestra un desempeño sobresaliente en horizontes cortos y moderados, sino que también captura de manera eficiente los efectos de valores atípicos. Esto lo convierte en una herramienta altamente efectiva para predicciones en series temporales complejas, con aplicaciones potenciales en la planificación operativa y estratégica.

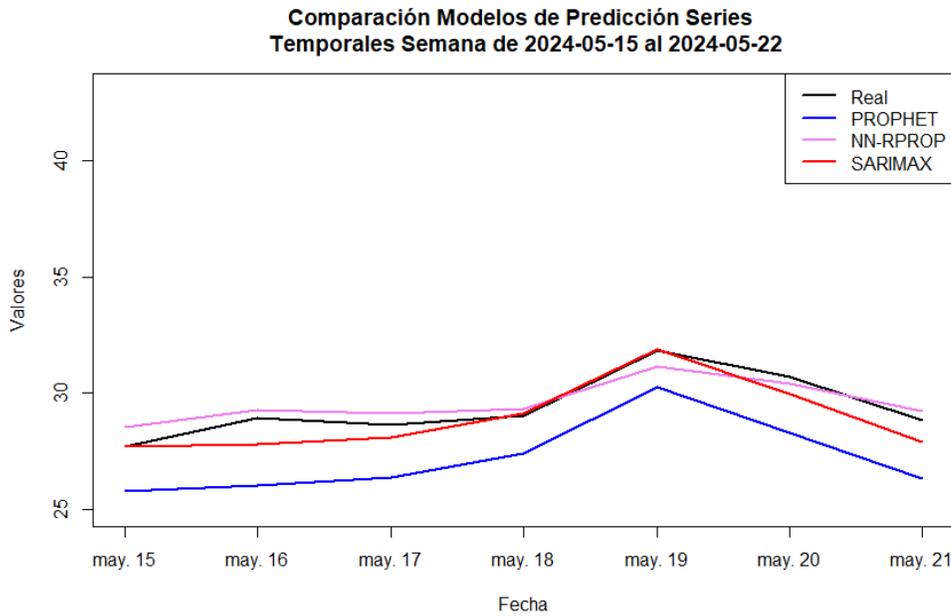


Figura 5.32: Comparación Modelos de Predicción Series Temporales.



## Capítulo 6

# Conclusiones

Este presente trabajo podemos concluir el uso combinado de múltiples enfoques metodológicos para abordar los retos inherentes a la predicción de asistencia en emergencias.

Por una parte la imputación de datos faltantes se abordó mediante el uso de filtros de Kalman, implementados tanto en su *Structural Model* como en su *ARIMA State Space Representation*. Esta estrategia permitió combinar las fortalezas de ambos enfoques: el modelado de tendencias y estacionalidades, junto con componentes autorregresivas y de media móvil. Al promediar estas imputaciones, se minimizó el sesgo y se mejoró la consistencia temporal de las series imputadas, estableciendo una base sólida para los modelos predictivos.

Para la detección y manejo de valores atípicos, se implementó el método *en-masse* del paquete `TsOutliers` el cual podemos encontrarlo como uno de los posibles en [López-de-Lacalle \(2024\)](#), que identificó únicamente eventos significativos como regresores exógenos en los modelos ajustados. Este procedimiento evitó el sobreajuste, preservando los que son significativos, incluyéndolos en el modelo, aumentando la capacidad de generalización y reduciendo la complejidad del modelo.

En cuanto a los modelos predictivos, se destacó la eficacia de combinar metodologías tradicionales como ARIMA, con técnicas avanzadas como redes neuronales basadas en *resilient backpropagation* (RPROP) de [Riedmiller \(1994\)](#) y Prophet. SARIMAX demostró ser útil para capturar estructuras de dependencia temporal y efectos exógenos, integrando valores atípicos como regresores compactados en una variable regresora o mediante componentes principales proceso similar a los aplicados por [Stock y Watson \(2002\)](#). Prophet, por su parte, sobresalió en horizontes de predicción amplios gracias a su manejo eficiente de estacionalidades complejas y tendencias no lineales ([Taylor y Letham, 2017](#)), muy propio de donde surgió este (Redes sociales).

De las redes neuronales basadas en específico RPROP pudimos ver que se presentó como metodología más robusta para horizontes cortos y moderados, capturando patrones no lineales y ajustándose eficientemente a cambios dinámicos en las series temporales. Este enfoque logró un **MAPE de 1.63 %** para horizontes de 7 días, superando en precisión a SARIMAX y Prophet en estas condiciones.

Los resultados obtenidos muestran un desempeño destacado de los tres modelos en horizontes cortos, con errores promedio (MAPE) inferiores al 3%, resultados consistentes con la literatura en sistemas de emergencia ([Calegari et al., 2016](#)).

Este trabajo tiene un impacto potencial directo en la operación y planificación del Sistema 911 y de la DAEH, facilitando una mejor asignación de recursos, optimización de tiempos de respuesta y gestión proactiva de emergencias en días de alta demanda. La integración de valores atípicos como factores explicativos, ya sea mediante regresores individuales o PCA, permite ajustar el comportamiento de los modelos frente a eventos excepcionales como días festivos, desastres naturales o picos de demanda inesperados.

Finalmente, la metodología presentada es replicable y escalable, haciéndola útil no solo para sistemas de emergencias prehospitalarias, sino también para otros contextos operativos que requieran planificación basada en predicciones precisas ([Johnson y Helms, 2018](#)). La combinación de técnicas modernas de imputación, detección de atípicos y modelado avanzado constituye una herramienta valiosa para la toma de decisiones oportuna y basada en datos.

## Capítulo 7

# Líneas Futuras

El presente trabajo logró mostrar un análisis y predicciones de series temporales aplicadas al Sistema 911/DAEH que muestra resultados buenos. Sin embargo, se identificaron varias limitaciones que abren nuevas oportunidades para investigaciones futuras y desarrollos metodológicos. Una de las principales limitaciones radica en el manejo de datos discretos, específicamente datos de conteo. En el presente estudio, los datos fueron suavizados para facilitar su modelado mediante técnicas como la utilización de la tasa por cada  $X$  habitantes. Si bien este enfoque permitió resultados satisfactorios, también implicó una pérdida potencial de información crítica inherente a las características discretas de la serie. En trabajos futuros, el uso de modelos más avanzados de suavización como suavizado por regresión local (LOESS y LOWESS), Descomposición de medias móviles (STL), Filtro de Kalman o suavizado exponencial podría ser una solución más adecuada para capturar la naturaleza de estos datos.

Otra dirección prometedora es la incorporación de herramientas avanzadas de descomposición estacional como **TRAMO/SEATS**, que permiten un análisis más detallado de las componentes de tendencia, estacionalidad y ruido, especialmente en series con patrones altamente dinámicos. Estas técnicas podrían mejorar la capacidad del modelo para capturar fluctuaciones estacionales complejas y ayudar a explicar mejor la variabilidad en los datos.

En términos de imputación de valores faltantes, aunque el filtro de Kalman proporcionó resultados robustos al combinar enfoques estructurales y autoregresivos, futuras investigaciones podrían explorar métodos como el comentado en este mismo trabajo, **imputación múltiple**. Estos métodos ofrecen la ventaja de generar múltiples conjuntos de datos imputados que reflejan la incertidumbre inherente en la estimación de los valores faltantes, proporcionando una imagen más completa y fiable del comportamiento de la serie temporal.

Además, el presente trabajo se centró en variables intrínsecas a la serie (como las asistencias registradas), sin considerar el impacto de variables externas como el clima, eventos sociales programados o cambios en la logística de trabajo por componentes administrativos y de gobiernos que puedan afectar al Sistema 911 y a la DAEH. Incorporar estas variables exógenas mediante técnicas de integración dinámica, como modelos de transferencia o arquitecturas neuronales avanzadas, podría enriquecer las predicciones y proporcionar un contexto más amplio para los resultados. Por ejemplo, el análisis de datos meteorológicos podría explicar picos en la demanda de emergencias durante tormentas o eventos climáticos extremos.

Finalmente, en el ámbito del modelado avanzado, una línea futura clave es la implementación de

**redes neuronales recurrentes (RNN)** y **redes LSTM (Long Short-Term Memory)** (Hochreiter y Schmidhuber, 1997), que están específicamente diseñadas para capturar dependencias a largo plazo en datos secuenciales. Estas arquitecturas permitirían modelar relaciones más complejas entre observaciones temporales consecutivas, abordando limitaciones actuales relacionadas con los horizontes de predicción más amplios y mejorando la capacidad del modelo para adaptarse a cambios no lineales y no estacionarios en la serie.

En resumen, futuras investigaciones deben abordar las limitaciones encontradas en este estudio, integrando herramientas más avanzadas que permitan trabajar con datos discretos, incorporar múltiples imputaciones y explotar el potencial de variables externas relevantes. Estas mejoras metodológicas prometen aumentar la precisión y robustez de las predicciones, proporcionando un impacto aún mayor en la operación y planificación estratégica.

# Referencias Bibliográficas

- 1 Abad, R. C., & Casal, R. F. (2022). Técnicas de Remuestreo [Última actualización: 2022-09-05]. [https://rubenfcasal.github.io/book\\_remuestreo/npden.html](https://rubenfcasal.github.io/book_remuestreo/npden.html)
- 2 Aneiros, G. A. (2024). Series de Tiempo, Apuntes Master Técnicas Estadísticas [Universidad da Coruña].
- 3 Bae, J., & Kim, T. H. (2018). Real-time optimization of ambulance dispatching using Kalman filtering and predictive models. *Journal of Emergency Medical Services*, *45*, 15-24.
- 4 Bai, J., & Ng, S. (2008). Forecasting economic time series using targeted predictors. *Journal of Econometrics*, *146*(2), 304-317.
- 5 Barrio Castro, T. d., Sur Mora, A. d., & Suriñach Caralt, J. (2001). Comportamiento de los contrastes ADF, PP y KPSS al trabajar con series ajustadas de estacionalidad.
- 6 Bishop, C. M. (1995). *Neural Networks for Pattern Recognition*. Oxford University Press.
- 7 Calegari, R., Fogliatto, F. S., Lucini, F. R., Neyeloff, J., Kuchenbecker, R. S., & Schaan, B. D. (2016). Forecasting Daily Volume and Acuity of Patients in the Emergency Department. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, *2016*, 3863268. <https://doi.org/10.1155/2016/3863268>
- 8 Carazo Melo, F., & Amat Rodrigo, J. (2024). Deep Learning para la predicción de series temporales: Redes Neuronales Recurrentes (RNN) y Long Short-Term Memory (LSTM) [Recuperado de <https://cienciadedatos.net/documentos/py54-forecasting-con-deep-learning>]. *Ciencia de Datos*.
- 9 Carvalho-Silva, M., Monteiro, M. T. T., Sá-Soares, F. D., & Dória-Nóbrega, S. (2018). Assessment of forecasting models for patients arrival at Emergency Department. *Operations Research for Health Care*, *18*, 112-118. <https://doi.org/10.1016/j.orhc.2017.05.001>
- 10 Channouf, N., & L'Ecuyer, P. (2021). Outlier detection in emergency call data using time series methods: Applications to disaster response planning. *Operations Research Perspectives*.
- 11 Chen, C., & Liu, L.-M. (1993). Joint estimation of model parameters and outlier effects in time series. *Journal of the American Statistical Association*, *88*(421), 284-297.
- 12 Dirección de Atención a Emergencias Extra-Hospitalarias (DAEH). (2024). Datos Abiertos del Sistema 911 - DAEH [Última consulta: julio 2024]. <https://daeh.gob.do/transparencia/datos-abiertos/>
- 13 Efron, B. (1979). Bootstrap methods: Another look at the jackknife. *The Annals of Statistics*, *7*(1), 1-26.
- 14 Elman, J. L. (1990). Finding structure in time. *Cognitive Science*, *14*(2), 179-211.
- 15 Fernández-Casal, R., Costa, J., & Oviedo, M. (2024). *Métodos predictivos de aprendizaje estadístico* [ISBN: 978-84-9749-888-3]. Servizo de Publicacións. Universidade da Coruña. <https://doi.org/10.17979/spudc.9788497498883>
- 16 Hochreiter, S., & Schmidhuber, J. (1997). Long short-term memory. *Neural computation*, *9*(8), 1735-1780.
- 17 Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2018). *Forecasting: principles and practice* (2nd). OTexts. <https://otexts.com/fpp2/>

- 18 Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*. OTexts.
- 19 Johnson, T., & Helms, D. (2018). Seasonal ARIMA models for crime forecasting: Application to Chicago police data. *Journal of Criminal Justice*.
- 20 Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*, 82, 35-45.
- 21 Li, X., Wang, Y., & Wu, Z. (2014). Handling missing data in healthcare predictive modeling: A review and proposed framework. *Journal of Biomedical Informatics*, 52, 43-54.
- 22 Little, R. J. A., & Rubin, D. B. (2002). *Statistical Analysis with Missing Data*. John Wiley & Sons.
- 23 López-de-Lacalle, J. (2024). *tsoutliers: Detection of Outliers in Time Series* [R package version 0.6-10]. <https://cran.r-project.org/web/packages/tsoutliers/tsoutliers.pdf>
- 24 Marcilio, I., Hajat, S., & Gouveia, N. (2013). Forecasting daily emergency department visits using calendar variables and ambient temperature readings. *Academic Emergency Medicine*, 20(8), 769-777. <https://doi.org/10.1111/acem.12182>
- 25 McLoughlin, S., & Ahern, J. (2020). Using time series decomposition for anomaly detection in emergency medical services during mass casualty events. *International Journal of Disaster Risk Reduction*.
- 26 Mell, W. E., Jenkins, M. A., Gould, J. S., & Cheney, N. (2007). Wildland fire behavior and modeling: Principles, applications, and new paradigms. *Forest Ecology and Management*, 234, S61-S71.
- 27 Mercado, D., & Gómez, J. (2016). Comparación de Redes Neuronales aplicadas a la predicción de Series de Tiempo [Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/4962/496250642011.pdf>]. *Revista Redalyc*.
- 28 Oficina Nacional de Estadística (ONE). (2022). Censo Nacional de Población y Vivienda 2022 [Población por sexo, según provincia, municipio y distrito municipal de residencia]. <https://www.one.gob.do/datos-y-estadisticas/temas/censos/poblacion-y-vivienda/2022/>
- 29 Rautenstraub, M., & Schiffer, M. (2023). Ambulance Demand Prediction via Convolutional Neural Networks [Recuperado de <https://arxiv.org/abs/2306.04994>]. *arXiv preprint*.
- 30 Riedmiller, M. (1994). *Rprop - Description and Implementation Details* (inf. téc.). University of Karlsruhe.
- 31 Rubin, D. B. (1976). Inference and Missing Data. *Biometrika*, 63(3), 581-592. <https://doi.org/10.1093/biomet/63.3.581>
- 32 Shumway, R. H., & Stoffer, D. S. (2000). *Time Series Analysis and Its Applications: With R Examples* (5th). Springer.
- 33 Stock, J. H., & Watson, M. W. (2002). Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(2), 147-162.
- 34 Taylor, S. J., & Letham, B. (2018). Forecasting at scale. *The American Statistician*, 72(1), 37-45.
- 35 Taylor, S. J., & Letham, B. (2017). Forecasting at Scale. *PeerJ Preprints*, 5, e3190v2. <https://doi.org/10.7287/peerj.preprints.3190v2>
- 36 Tuominen, J., Pulkkinen, E., Peltonen, J., Kanninen, J., Oksala, N., Palomäki, A., & Roine, A. (2024). Forecasting emergency department occupancy with advanced machine learning models and multivariable input. *International Journal of Forecasting*. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2023.12.002>
- 37 Williams, A. P., & Abatzoglou, J. T. (2016). Climate-driven variances in fire frequency and intensity: Implications for emergency response in California and Australia.
- 38 Xu, M., & Brown, L. (2021). *Weather and emergency demand: The impact of climate on emergency medical services in New York City*.
- 39 Yousefi, M., Yousefi, M., Fathi, M., & Fogliatto, F. S. (2020). Patient visit forecasting in an emergency department using a deep neural network approach. *Kybernetes*, 49(9), 2335-2348. <https://doi.org/10.1108/K-02-2020-0071>
- 40 Zhang, H., & Li, S. (2017). Prediction and optimization of emergency response resources using spatiotemporal data analysis. *Natural Hazards*, 89(1), 221-238.

- 41 Zhao, X., Lai, J. W., Ho, A. F. W., Liu, N., Ong, M. E. H., & Cheong, K. H. (2022). Predicting hospital emergency department visits with deep learning approaches. *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, 42(3), 1051-1065. <https://doi.org/10.1016/j.bbe.2022.07.008>



# Anexos

## Paquetería Utilizada en R.

Tabla A1: Funciones, Paquetes y Definiciones

Función	Paquete o Librería	Definición (Breve)
<code>sqldf()</code>	<code>sqldf</code>	Permite realizar consultas SQL sobre marcos de datos en R.
<code>ggplot_na_gapsize()</code>	<code>imputeTS</code>	Visualiza los tamaños de las brechas de datos faltantes en series temporales.
<code>ggplot_na_distribution2()</code>	<code>imputeTS</code>	Muestra la distribución de los datos faltantes a lo largo del tiempo.
<code>ggplot_na_imputations()</code>	<code>imputeTS</code>	Compara visualmente datos originales y completados tras imputación.
<code>statsNA()</code>	<code>imputeTS</code>	Proporciona estadísticas detalladas sobre valores faltantes en una serie temporal, como el porcentaje de datos faltantes y su distribución.
<code>na_kalman()</code>	<code>imputeTS</code>	Imputa valores faltantes utilizando el filtro de Kalman.
<code>zoo::index()</code>	<code>zoo</code>	Devuelve los índices de tiempo de un objeto <code>zoo</code> .
<code>mutate()</code>	<code>dplyr</code>	Crea o transforma columnas en un marco de datos.
<code>adf.test()</code>	<code>tseries</code>	Realiza la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller aumentada.
<code>kpss.test()</code>	<code>tseries</code>	Realiza la prueba de estacionariedad KPSS.
<code>unitroot_ndiffs()</code>	<code>fpp3</code>	Determina el número de diferenciaciones necesarias para estacionarizar una serie temporal.
<code>unitroot_nsdiffs()</code>	<code>fpp3</code>	Calcula las diferenciaciones necesarias para ajustar componentes estacionales.
<code>checkresiduals()</code>	<code>forecast</code>	Diagnostica residuos de modelos ajustados de series temporales.

Función	Paquete o Librería	Definición (Breve)
<code>jarque.bera.test()</code>	<code>tseries</code>	Realiza la prueba Jarque-Bera para normalidad.
<code>shapiro.test()</code>	<code>base</code>	Aplica la prueba de Shapiro-Wilk para normalidad.
<code>tso()</code>	<code>tsoutliers</code>	Detecta y maneja valores atípicos en series temporales.
<code>prcomp()</code>	<code>base</code>	Realiza análisis de componentes principales (ACP).
<code>forecast()</code>	<code>forecast</code>	Genera predicciones de series temporales usando diferentes modelos.
<code>prophet()</code>	<code>prophet</code>	Crea y ajusta modelos de series temporales de Prophet.
<code>add_seasonality()</code>	<code>prophet</code>	Agrega componentes de estacionalidad personalizada a un modelo Prophet.
<code>fit.prophet()</code>	<code>prophet</code>	Ajusta un modelo Prophet a datos históricos.
<code>make_future_dataframe()</code>	<code>prophet</code>	Crea un marco de datos con períodos futuros para predicción.
<code>neuralnet()</code>	<code>neuralnet</code>	Construye redes neuronales para modelar relaciones no lineales.
<code>embed()</code>	<code>neuralnet</code>	Crea representaciones en dimensiones reducidas para mejorar predicciones.
<code>compute()</code>	<code>neuralnet</code>	Realiza predicciones usando un modelo de red neuronal previamente entrenado.
<code>marginplot()</code>	VIM	Visualiza datos faltantes y relaciones entre variables mediante gráficos de dispersión combinados con histogramas marginales.

Tabla A2: Provincias y población bajo PSAP - Metro

#	Provincia	Población
1	Santo Domingo	3,798,698
2	San Cristóbal	688,828
3	Peravia	209,372
4	San Pedro De Macorís	337,146
5	La Romana	287,914
6	La Altagracia	446,060
7	Monte Plata	205,498
<b>Total</b>		<b>5,973,516</b>

Oficina Nacional de Estadística (ONE), 2022

Tabla A3: Provincias y población bajo PSAP - Norte

#	Provincia	Población	#	Provincia	Población
1	Duarte	308,353	10	Monseñor Nouel	195,547
2	Hermanas Mirabal	96,441	11	Sánchez Ramírez	162,642
3	María Trinidad Sánchez	156,633	12	San Juan	244,667
4	Samaná	111,987	13	Barahona	200,886
5	Santiago	1,074,679	14	Hato Mayor	100,133
6	Españillat	241,058	15	Azua	240,209
7	Puerto Plata	338,355	16	San José de Ocoa	69,082
8	Valverde	184,069	17	El Seibo	99,169
9	La Vega	442,719	<b>Total</b>		<b>4,266,629</b>

Oficina Nacional de Estadística (ONE), 2022

Tabla A4: Provincias sin Sistema 911

#	Provincia	Población
1	Baoruco	108,717
2	Dajabón	74,810
3	Elías Piña	64,614
4	Independencia	60,689
5	Monte Cristi	123,519
6	Pedernales	34,375
7	Santiago Rodríguez	64,635
<b>Total</b>		<b>531,359</b>

Oficina Nacional de Estadística (ONE), 2022.

Tabla A5: Variables del Dataset

#	Campo	#	Campo
1	Fecha y hora de llamada contestada	15	Desde Llegada a escena hasta Cierre
2	Fecha y hora de creación de evento	16	Desde Creación hasta Cierre
3	Event ID	17	Desde Llamada Contestada hasta Cierre
4	Tipo de evento	18	Rango de Creación a Despacho de Unidad
5	Sub Tipo 1	19	Rango de Despacho de Unidad a Llegada al Evento
6	Sub Tipo 2	20	Estatus
7	Sub Tipo 3	21	Prioridad
8	Ubicación	22	Hospitales
9	Zona	23	Hora del día
10	Unidad	24	Día
11	Código de Finalización	25	Mes
12	Desde Llamada Contestada hasta Creación	26	Año
13	Desde Creación hasta Despacho de Unidad	27	PSAP
14	Desde Despacho de Unidad hasta Llegada a escena	28	Región