



## Índices de pobreza en Galicia

María José Ginzo Villamayor

Departamento de Estadística e Investigación Operativa

23 de marzo de 2011

### Introducción

En este estudio se analiza el perfil de la pobreza de la población gallega. Se han utilizado los microdatos de la “Encuesta de Condiciones de Vida”(ECV) del Instituto Gallego de Estadística (IGE), año 2006. La ECV es una encuesta dirigida a los hogares gallegos cuyo objetivo es obtener información sobre sus características socioeconómicas. Se estiman índices de la familia **Foster, Greer y Thorbecke**, (véase en Foster, Greer and Thorbecke (1984)). Para analizar la pobreza, se utilizó la inferencia estadística para estimar los niveles de pobreza de cada provincia y de Galicia en su conjunto. Concretamente, se determinaron los intervalos de confianza (IC) para distintos indicadores usando inferencia clásica basada en distribuciones asintóticas y metodología Bootstrap. Se obtiene un mapa de la distribución provincial de la pobreza en Galicia y compara la precisión de las técnicas.

### Preliminares

Para medir la pobreza se han tenido en cuenta los ingresos equivalentes de las personas. Para comparar ingresos hay que usar las economías de escalas que se producen dentro del hogar, es decir, ver cómo se distribuyen los recursos entre los distintos miembros. Aparecen las escalas de equivalencia que tratan de llevar a cabo una normalización que permita el análisis comparativo de hogares con distintas composiciones. El **ingreso equivalente** corrige el efecto del número de personas en el volumen de ingresos del hogar, haciendo comparables los ingresos de hogares con distinto número de miembros. Se calculan las unidades de consumo (UC) del hogar empleando la escala de equivalencia de la **OCDE modificada**,  $[1 + 0,5 * (a - 1) + 0,3 * (b)]$ , donde  $a$  es el número de adultos ( $\geq 14$  años) y  $b$  el número de niños ( $< 14$  años) del hogar. Notar que debido a la forma de los microdatos,  $a$  se ha tomado  $> 15$  y  $b \leq 14$  años. Se define **ingreso equivalente del hogar** como el ingreso medio mensual del hogar dividido por las UC. Como **ingreso equivalente de cada persona** se toma el equivalente del hogar al cual pertenecen. Para medir la pobreza se puede hacer desde varios puntos de vista, uno sería usando los ingresos y otro los gastos. La decisión dependerá de la fuente de datos utilizada, aquí el ingreso.

---

PALABRAS CLAVE: Bootstrap percentil, escala de equivalencia, ingreso equivalente, OCDE modificada, tasa de riesgo de pobreza, umbral de riesgo de pobreza, Foster, Greer y Thorbecke

En el caso de las líneas de pobreza relativas, se suele tomar una medida de posición central de los ingresos o gastos equivalentes. Se define el **umbral de riesgo de pobreza** que se corresponde con el 60 %-50 %, (se han realizado ambos análisis) de la mediana de los ingresos equivalentes de todas las personas. (**Eurostat** usa el 60 %). La **tasa de riesgo de pobreza**, es el porcentaje de personas con un ingreso equivalente inferior al umbral del riesgo de pobreza. Se entenderá por **hogar pobre** aquél en el que viven personas pobres. Y una persona se considera pobre atendiendo a un umbral del riesgo de pobreza (fijado).

## Metodología

Se ha empleado la familia de índices de Foster, Greer y Thorbecke para evaluar las distintas dimensiones de la pobreza: **incidencia, intensidad y desigualdad**. Se han seleccionado por la necesidad de abarcar todas las dimensiones de la pobreza y sus propiedades. Una de las principales es que son aditivamente descomponibles, lo que permite determinar la aportación de cada provincia al índice general, así como facilitar la determinación asintótica de su distribución en la aplicación de inferencia estadística. Se definen:

$$FGT_{\alpha}(y, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[ \frac{z-y_i}{z} \right]^{\alpha-1}, \alpha > 0,$$

donde según el valor de  $\alpha$  (parámetro de aversión a la desigualdad) se obtienen distintos índices. A mayores valores de  $\alpha$  más importancia relativa se le da a los desniveles de pobreza relativa mayores. Si  $\alpha = 1$ , se tiene la proporción de pobres. Cuando  $\alpha = 2$  el índice es igual al producto de la proporción de pobres por el desnivel de pobreza. Por otra parte, Atkinson (1987) ofrece las condiciones bajo las cuales todos los miembros de la familia  $FGT_{\alpha}$  dan la misma ordenación de las distribuciones de renta.

**1. Inferencia Clásica.** Se han usado las distribuciones asintóticas de los estimadores de las medidas de pobreza para el análisis inferencial, (Bishop, J.A., Chow, K.V. y Zheng, B. (1995) y Rongve (1997)). Sea  $G$  una medida de pobreza,  $\hat{G}$  el estimador de esta medida para una muestra  $Y_n = y_1, y_2, \dots, y_n$  de ingresos equivalentes. Por el Teorema Central del Límite:  $\sqrt{n}(\hat{G} - G) \rightarrow N(0, \sigma^2(G))$ .

Se determinan las distribuciones asintóticas para cualquier índice de la familia  $FGT_{\alpha}$ . Se define  $G$  como:  $G = \int_{\alpha}^z g(z, y)f(y)dy$  donde  $z$  es el umbral de pobreza,  $f(y)$  función de densidad de los ingresos,  $g(z, y) = (\frac{z-y}{z})^{\alpha-1}$  función de la variable  $Y$  y del umbral. Mediante distribuciones asintóticas y análisis inferencial se obtiene una expresión para la varianza y para los IC de los índices:

$$\widehat{Var}(g) = \widehat{FGT}_{2(\alpha-1)+1}^2 - \widehat{FGT}_{\alpha}^2 \quad I = \left[ FGT_{\alpha} \mp \frac{\sqrt{FGT_{2(\alpha-1)+1} - FGT_{\alpha}^2}}{1,96\sqrt{n}} \right].$$

**2. Metodología Bootstrap.** El método Bootstrap (Efron y Tibshirani 1994) es un método de remuestreo desde los propios datos, a partir del cual se pueden obtener medidas de precisión sobre las estimaciones estadísticas realizadas, o IC para los estadísticos objeto de estudio. En este estudio de simulación, para cada

muestra Bootstrap se obtienen los índices de pobreza para  $\alpha \in [1, 3]$ , para Galicia y provincias. El estadístico de interés será la media de cada índice. La estimación del estadístico Bootstrap se realiza en modo no paramétrico, ya que no se establece ningún supuesto sobre la distribución de los datos. Para la comparación de dichas estimaciones con la inferencia clásica, se analizan IC mediante los métodos percentil, percentil-t y simetrizado. Dada una muestra  $Y_n = y_1, y_2, \dots, y_n$  de ingresos equivalentes de  $F$  desconocida, el objetivo es construir un IC de nivel  $(1 - \alpha)$  para  $G = G(F)$  a partir de un estimador  $\hat{G} = G(Y)$ .

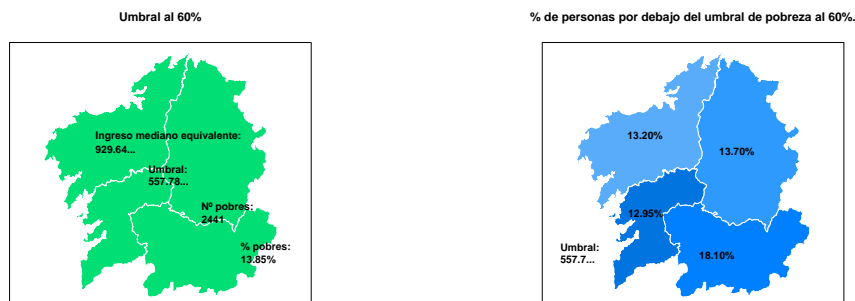
**Método percentil.**  $I = \left[ \hat{G} - n^{-\frac{1}{2}}y_{1-\frac{\alpha}{2}}, \hat{G} - n^{-\frac{1}{2}}y_{\frac{\alpha}{2}} \right]$ .

**Método percentil-t.**  $I = \left[ \hat{G} - \hat{Var}(g)n^{-\frac{1}{2}}y_{1-\frac{\alpha}{2}}, \hat{G} - \hat{Var}(g)n^{-\frac{1}{2}}y_{\frac{\alpha}{2}} \right]$ .

**Método simetrizado.**  $I = \left[ \hat{G} - \hat{Var}(g)n^{-\frac{1}{2}}y_{1-\alpha}, \hat{G} + \hat{Var}(g)n^{-\frac{1}{2}}y_{1-\alpha} \right]$ .

## Resultados de simulación y conclusiones

El tamaño de muestra es de 6337 hogares (17619 personas). El umbral es el 60 % y 50 % de la mediana de ingresos equivalentes para personas. Se calcularon los índices para Galicia y provincias, seguidamente se comparan los resultados al aplicar la metodología clásica y la Bootstrap y los IC para cada índice. Para determinar el perfil de la pobreza en Galicia se estudia el valor de los índices en las distintas provincias. El índice FGT1 indica la proporción de pobres, así el 13.85 % (para el 60 %) o el 7.24 % (para el 50 %) de las personas están por debajo del umbral de pobreza. Su distribución a lo largo del territorio gallego no es homogénea.



El índice FGT2, que además de la incidencia de la pobreza, tiene en cuenta la intensidad de la misma, arroja resultados similares. Al considerar FGT3, que tiene en cuenta, además de la intensidad y la incidencia, la desigualdad entre los pobres, nos encontramos con una ordenación similar a los índices anteriores. La inferencia clásica para estos índices, cuando se dispone de muestras pequeñas, puede presentar problemas a la hora de asumir la convergencia del estadístico a la distribución normal. La utilización de Bootstrap supone una ventaja al no establecer supuestos a priori sobre la función de distribución. Se comparan los resultados obtenidos con la inferencia clásica y con Bootstrap (realizándose 1000 réplicas de las muestras). Los resultados tras aplicar Bootstrap son muy similares entre Galicia y las provincias para la incidencia de pobreza. En el caso de la brecha y severidad de pobreza los

resultados son similares en cuanto al orden pero su valor no es tan próximo con en el caso del FGT1. Se calcularon los IC con ambas metodologías, con el propósito de determinar cuál de los métodos los proporciona de menor amplitud para un mismo nivel de confianza. Se han representado las funciones Kernel para los índices generados por las muestras Bootstrap, para determinar en qué medida las distribuciones de los índices se aproximan a la campana de Gauss. Se observa que las distribuciones no presentan normalidad debido a la asimetría y/o apuntamiento, lo que implica el uso del Bootstrap para la construcción de IC, en vez de los derivados de la metodología clásica basados en la convergencia a distribuciones normales. Respecto a la amplitud de los IC, con el umbral al 60 %, se observa que no hay una reducción con Bootstrap, lo que implicaría una mejora en la precisión de las estimaciones; para algún indicador observamos una reducción en la amplitud del IC con Bootstrap en el caso de Galicia. Con el método no paramétrico nunca se obtienen resultados fuera del rango de posibles valores del indicador. Las distribuciones empíricas generadas por el remuestreo representan de forma más adecuada el comportamiento de los datos originales. Para Galicia y provincias el IC clásico es el de menor longitud para la *incidencia* y el de mayor se obtiene con el simetrizado. En el caso del percentil-t se obtienen también IC amplios comparados con el clásico o el percentil. Para las provincias el IC de menor longitud para la *brecha* es el clásico mientras que en Galicia es el percentil. Para la *severidad* en el caso de Galicia el IC de menor longitud es el percentil. Seguido del clásico, que es además para las provincias el que ofrece el IC más pequeño. En todos los casos el de mayor longitud es el simetrizado. Resultados análogos se obtienen con el umbral al 50 %. Concluyendo: aunque la metodología Bootstrap no presenta IC menos amplios de manera general, sí que ofrece resultados más adecuados que la inferencia clásica basada en distribuciones asintóticas. Los IC calculados con Bootstrap, debido a que se basan en las distribuciones observadas, permite adaptarlos a las asimetrías y curtosis de las distribuciones de los índices, por tanto, se puede decir no ofrece IC fuera del rango de los valores posibles de los índices, como es el caso de los derivados de la inferencia clásica.

## Bibliografía

- [1] A. B. Atkinson, *On the Measurement of Poverty*, *Econometrica* **55**(4) (1987), 749–764.
- [2] J. A. Bishop, K. V. Chow, y B. Zheng, *Statistical inference and decomposable poverty measures*, *Bulletin of Economic Research* **47**(4) (1995), 329–340.
- [3] B. Efron y R. Tibshirani, *An introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, 1994.
- [4] J. Foster, J. Greer, y E. Thorbecke, *A class of decomposable poverty measures*, *Econometrica* **52**(3) (1984), 761–766.
- [5] I. Rongve, *Statistical inference for poverty indices with fixed poverty lines*, *Applied Economics* **29** (1997), 387–392.